

**PLAN WYNIKOWY Z MATEMATYKI  
DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO,  
LICEUM PROFILOWANEGO I TECHNIKUM 4 – LETNIEGO  
(Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym)**

**I. LICZBY**

Temat	Ilość godzin	Cele	Opis wymagań
Zbiory	1	Określenia zbioru – przykłady różnych zbiorów. Elementy zbioru, zbiory skończone i nieskończone – przykłady zbiorów liczbowych i nieliczbowych. Wskazywanie elementów określonego zbioru. Określanie podzbiorów danego zbioru. Określanie liczebności zbiorów skończonych. Określenie <i>zbiór pusty</i> . Używanie sformułowania <i>nieskończenie wiele</i> dla określenia liczebności nieskończonych zbiorów liczb, punktów i innych obiektów matematycznych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje pojęcie zbioru (K)</li> <li>▫ podaje przykłady elementów danego zbioru (K)</li> <li>▫ określa zbiory na podstawie reguły słownej (K)</li> <li>▫ wyznacza podzbiory danego zbioru (K)</li> <li>▫ podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych o określonych własnościach (K)</li> <li>▫ używa symboli w zakresie działań na zbiorach (P)</li> <li>▫ wyznacza sumę, różnicę i iloczyn dwóch zbiorów (P)</li> </ul>
Działania na zbiorach	1	Iloczyn, suma i różnica zbiorów. Pojęcie zbiorów rozłącznych. Porównywanie zbiorów – zawieranie się zbiorów, zbiór pusty.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje przykłady zbiorów spełniających określone warunki (R)</li> <li>▫ uzasadnia zawieranie się zbiorów oraz wykazuje, że dany zbiór jest pusty (D)</li> <li>▫ analizuje i przewiduje wyniki przy rozwiązywaniu zadań o nietypowych problemach (W)</li> </ul>
Test.	1	Sprawdzenie wiadomości z gimnazjum.	
Liczby rzeczywiste i ich podzbiory	1	Przypomnienie podstawowych zbiorów liczbowych i wprowadzenie oznaczeń: <b>N, C, W, NW, R</b> . Przedstawienie zależności między ważniejszymi zbiorami liczbowymi. Przykłady liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych spełniających określone warunki. Przedstawienie liczby wymiernej w postaci ułamka zwykłego lub dziesiętnego. Zaznaczanie liczb wymiernych i niewymiernych na osi liczbowej. Wykonalność czterech działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Informacja, że zbiory liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych są nieskończone.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ określa podzbiory zbioru liczb rzeczywistych (K)</li> <li>▫ wymienia przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, rzeczywistych (K)</li> <li>▫ wykonuje działania na liczbach całkowitych (K)</li> <li>▫ oblicza wartość łatwych wyrażeń arytmetycznych (K)</li> <li>▫ zapisuje liczbę wymierną w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub ułamka nieskończonego okresowego (K)</li> <li>▫ wykonuje proste działania na ułamkach zwykłych (K)</li> <li>▫ stosuje odpowiednią kolejność wykonywania działań w rachunku arytmetycznym (K)</li> <li>▫ zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne (P)</li> <li>▫ zna i stosuje prawa działań arytmetycznych (P)</li> <li>▫ stosuje własności działań na liczbach wymiernych (P)</li> <li>▫ zapisuje liczby w różnej postaci (R)</li> <li>▫ przedstawia symbolicznie najważniejsze zależności w zbiorze liczb rzeczywistych (R)</li> <li>▫ zamienia ułamek okresowy na zwykły i wyznacza długość okresu (R)</li> <li>▫ zaznacza na osi liczbowej daną liczbę niewymierną (D)</li> <li>▫ rozpoznaje liczby wymierne o skończonym i nieskończonym rozwinięciu</li> </ul>
Liczby rzeczywiste w zapisie dziesiętnym	1	Zapis ułamka dziesiętnego. Przypomnienie rodzajów rozwinięć dziesiętnych: - okresowe i nieokresowe - skończone i nieskończone Zamiana ułamka zwykłego na okresowy. Zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły. Rozwinięcie dziesiętne	

		znanych liczb niewymiernych: $\sqrt{2}$ , $\pi$ , itp. Szacowanie liczb niewymiernych.	dziesiętnym (D)
Własności działań i wzory skróconego mnożenia	2	Przypomnienie praw działań na liczbach: przemienność i łączność dodawania, przemienność i łączność mnożenia, rozdzielność mnożenia względem dodawania i odejmowania, rozdzielność dzielenia względem dodawania i odejmowania, mnożenie liczb ujemnych i mnożenie liczb rzeczywistych. Wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz różnicę kwadratów. Kolejność wykonywania działań. Wykonywanie ćwiczeń w powyższym zakresie w działaniach arytmetycznych i rachunku algebraicznym.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje odpowiednią kolejność wykonywania działań w rachunku arytmetycznym i na wyrażeniach algebraicznych (K)</li> <li>▫ oblicza wartość łatwych wyrażeń arytmetycznych (K)</li> <li>▫ stosuje wzory skróconego mnożenia (na kwadraty) (P)</li> <li>▫ oblicza wartości bardziej złożonych wyrażeń arytmetycznych (R)</li> <li>▫ uzasadnia prawdziwość wzorów skróconego mnożenia (D)</li> </ul>
Nierówności i przedziały	1	Rozwiązywanie najprostszych nierówności z zaznaczeniem rozwiązań na osi liczbowej. Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej, ich symboliczny zapis oraz interpretacja geometryczna na osi liczbowej. Zaznaczanie na osi liczbowej zbiorów o zadanych własnościach. Wykonywanie działań na przedziałach liczbowych. Obliczanie sumy, iloczynu i różnicy przedziałów. Interpretacja geometryczna działań na przedziałach liczbowych.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ zaznacza położenie przedziałów liczbowych o określonych własnościach na osi liczbowej (K)</li> <li>▫ zaznacza przedział na osi liczbowej podany za pomocą podwójnej nierówności (K)</li> <li>▫ stosuje określenie przedziału liczbowego (P)</li> <li>▫ wyznacza sumę, iloczyn i różnicę przedziałów na osi liczbowej (P)</li> <li>▫ wykonuje działania na przedziałach (P)</li> <li>▫ podaje przykłady przedziałów liczbowych spełniających określony warunek (R)</li> </ul>
Wartość bezwzględna	2	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Definicja wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej. Obliczanie wartości bezwzględnej liczb oraz prostych wyrażeń algebraicznych. Odległość punktów na osi liczbowej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. Zapisywanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje określenie wartości bezwzględnej z danej liczby (P)</li> <li>▫ stosuje określenie wartości bezwzględnej dla danego wyrażenia algebraicznego (R)</li> <li>▫ podaje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej na osi liczbowej (D)</li> <li>▫ rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, w oparciu o interpretację geometryczną na osi liczbowej (D)</li> <li>▫ zapisuje za pomocą wartości bezwzględnej zbiory i przedziały liczbowe spełniające określony warunek (D)</li> </ul>
Potęga o wykładniku całkowitym	2	Potęga o wykładniku całkowitym dodatnim i ujemnym. Własności działań na potęgach o tej samej podstawie. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg. Własności działań na potęgach o tym samym wykładniku. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podnosi liczbę wymierną do potęgi o wykładniku naturalnym (K)</li> <li>▫ zapisuje iloczyn tych samych czynników w postaci potęgi (K)</li> <li>▫ mnoży i dzieli potęgi o tej samej podstawie</li> <li>▫ podnosi potęgę do potęgi (K)</li> <li>▫ zapisuje liczby w notacji wykładniczej (K)</li> <li>▫ podnosi do potęgi liczbę rzeczywistą o wykładniku naturalnym (K)</li> <li>▫ zapisuje liczby będące iloczynem dowolnej liczby i potęgi liczby 10 w notacji wykładniczej (K)</li> <li>▫ oblicza potęgi liczb całkowitych o wykładniku całkowitym (K)</li> <li>▫ podnosi liczby wymierne i rzeczywiste do potęgi o wykładniku całkowitym (P)</li> </ul>
Notacja wykładnicza	1	Zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej. Ćwiczenia w zapisywaniu liczb w notacji wykładniczej. Rozwiązywanie zadań praktycznych ćwiczących zapisywanie liczb w notacji wykładniczej.	

			<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje w obliczeniach twierdzenia o potęgach o wykładniku całkowitym (P)</li> <li>▫ podnosi do potęgi iloczyn i iloraz liczb (P)</li> <li>▫ mnoży liczby zapisane w notacji wykładniczej (P)</li> <li>▫ przekształca wyrażenia zawierające potęgi do najprostszej postaci (R)</li> <li>▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających potęgi o wykładniku całkowitym (R)</li> <li>▫ porównuje liczby zapisane w notacji wykładniczej (D)</li> <li>▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających potęgi, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D)</li> <li>▫ rozwiązuje proste równania, w których niewiadoma występuje w wykładniku (D)</li> <li>▫ uzasadnia twierdzenia o potęgach (D)</li> </ul>
Pierwiastki i potęga o wykładniku wymiernym	1	<p>Definicja pierwiastka n-tego stopnia z liczby nieujemnej.</p> <p>Określenie, dla liczby nieujemnej, potęgi o wykładniku <math>\frac{1}{n}</math> jako pierwiastka n-tego stopnia.</p> <p>Potęga o dowolnym wykładniku wymiernym.</p> <p>Ćwiczenia w obliczaniu pierwiastków i potęg o wykładniku wymiernym.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza proste przykłady pierwiastków kwadratowych i sześciennych (K)</li> <li>▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń zawierających potęgi i pierwiastki (K)</li> <li>▫ oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny z liczby wymiernej (P)</li> <li>▫ oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z zastosowaniem potęg, pierwiastków i kolejności działań (P)</li> <li>▫ wyłącza czynnik przed znak pierwiastka (P)</li> <li>▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń, w których występują potęgi i pierwiastki (P)</li> <li>▫ usuwa niewymierność z mianownika w prostych przykładach (P)</li> <li>▫ szacuje wartości pierwiastków kwadratowych (P)</li> <li>▫ oblicza pierwiastki wyższych stopni (R)</li> <li>▫ przekształca wyrażenia zawierające pierwiastki do najprostszej postaci (R)</li> <li>▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających pierwiastki (R)</li> <li>▫ uzasadnia twierdzenia o pierwiastkach (D)</li> <li>▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D)</li> <li>▫ usuwa niewymierność z mianownika ułamków różnych typów (D)</li> <li>▫ uzasadnia twierdzenia o pierwiastkach (D)</li> </ul>
Pierwiastki kwadratowe: własności i działania	1	<p>Przypomnienie działań na pierwiastkach kwadratowych.</p> <p>Wykonywanie działań na wyrażeniach arytmetycznych i algebraicznych z zastosowaniem liczb zawierających pierwiastki kwadratowe.</p> <p>Porównywanie liczb zapisanych w postaci pierwiastków kwadratowych.</p> <p>Działania na liczbach postaci: <math>a + b\sqrt{c}</math>.</p>	
Usuwanie niewymierności z mianownika	1	<p>Zapoznanie z przykładami zapisu wyrażeń, w których występuje niewymierność w mianowniku.</p> <p>Przedstawienie powodów, dla których usuwamy niewymierność z mianownika.</p> <p>Ćwiczenia w usuwaniu niewymierności z mianownika poprzez rozszerzanie ułamka przez liczbę postaci <math>b\sqrt{c}</math>.</p>	
Obliczenia procentowe	2	<p>Obliczanie procentu z danej liczby.</p> <p>Zamiana ułamka na procenty.</p> <p>Obliczanie liczby na podstawie jej procentu.</p> <p>Rozwiązywanie zadań praktycznych z zastosowaniem pojęcia procentu.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje pojęcie procentu (K)</li> <li>▫ zamienia ułamek na procent i odwrotnie (K)</li> <li>▫ oblicza procent z danej liczby (K)</li> <li>▫ odczytuje potrzebne informacje z tabel (K)</li> <li>▫ odczytuje informacje z diagramu procentowego (K)</li> <li>▫ odczytuje diagramy i wykresy statystyczne (K)</li> <li>▫ oblicza liczbę z danego jej procentu oraz jakim procentem jednej liczby jest druga liczba (P)</li> <li>▫ odróżnia przyrost bezwzględny od przyrostu procentowego (P)</li> <li>▫ odróżnia zmiany procentowe wyrażone w procentach od zmian wyrażonych w</li> </ul>
Porównania i zmiany procentowe	1	<p>Informacja o tym, jak procenty służą do porównywania – przykłady sytuacji praktycznych.</p> <p>Przyrost procentowy.</p> <p>Różnice między przyrostem bezwzględnym a przyrostem procentowym.</p> <p>Odróżnianie zmian procentowych wyrażonych w</p>	

		procentach i w punktach procentowych. Rozwiązywanie zadań praktycznych dotyczących porównań procentowych i zmian procentowych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ punktach procentowych (P)</li> <li>▪ rozróżnia i porównuje wartości dokładne liczb z ich przybliżeniami (P)</li> <li>▪ buduje diagramy kołowe i słupkowe (P)</li> </ul>
100% więcej albo 50 % mniej	1	Omówienie błędów popełnianych przy obliczeniach procentowych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ przedstawia dane statystyczne z postaci diagramu lub tabeli (P)</li> <li>▪ wykonuje działania na liczbach i wyrażeniach liczbowych oraz szacuje ich wartości (P)</li> </ul>
Szacowanie, pomiar i błąd	1	Szczególny przypadek porównań procentowych: porównywanie wyników szacowań i pomiarów z wynikami dokładnymi. Pojęcie szacowania. Pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w szacowaniu wyników. Błąd procentowy szacowania. Rzetelność szacowania, czyli określenie dopuszczalnego błędu. Pojęcie dokładności pomiaru danej wielkości.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ podaje wyniki przybliżone z zadaną dokładnością (P)</li> <li>▪ szacuje wartość średnią danych liczb (P)</li> <li>▪ oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba w trudniejszych przypadkach (R)</li> <li>▪ wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych (R)</li> <li>▪ rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące procentowych porównań i zmian procentowych (D)</li> <li>▪ określa procentowe różnice szacowań i wyników (D)</li> <li>▪ porównuje szacowania pomiarów z wynikami dokładnymi (D)</li> <li>▪ stosuje pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w szacowaniu wyników (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

## II. FUNKCJE

Co to jest funkcja?	1	Przykłady zależności i przyporządkowań, jednoznaczność zależności i przyporządkowań. Dziedzina, argumenty, przeciwdziedzina, wartości funkcji, reguła przyporządkowująca, tabelka, graf.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ podaje określenie funkcji i objaśnia je na przykładach (K)</li> <li>▪ rozstrzyga, czy dane przyporządkowanie jest funkcją (K)</li> <li>▪ określa, dla funkcji danej grafem i tabelką: dziedzinę, wartość dla danego argumentu, argumenty dla danych wartości, zbiór wartości (K)</li> <li>▪ odczytuje z wykresu: wartość funkcji w punkcie, argument dla danej wartości, dziedzinę i zbiór wartości (K)</li> <li>▪ określa dziedzinę funkcji <math>y = \sqrt{x}</math>, wyznacza jej wartość w punkcie i znajduje argument dla danej wartości (K)</li> <li>▪ sprawdza, czy dany punkt leży na wykresie funkcji bez wykonywania wykresu (K)</li> <li>▪ odczytuje z wykresu miejsce zerowe funkcji (K)</li> <li>▪ określa monotoniczność funkcji lub podaje przedziały monotoniczności na podstawie wykresu (K)</li> <li>▪ określa na podstawie danych wykresów dziedzinę funkcji, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, miejsca zerowe i rodzaj monotoniczności funkcji: <math>y = x</math>, <math>y = c</math>, <math>y = -x</math>, <math>y = x^2</math>, <math>y = \sqrt{x}</math>, <math>y = \frac{1}{x}</math> (K)</li> <li>▪ podaje określenie wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnych i objaśnia je na przykładach (K)</li> <li>▪ odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K)</li> <li>▪ sporządza wykres funkcji <math>y = \sqrt{x}</math> (P)</li> <li>▪ rozstrzyga, czy dana krzywa jest wykresem funkcji (P)</li> <li>▪ sporządza wykres funkcji <math>y = x^2</math> za pomocą tabelki (P)</li> </ul>
Wykresy.	1	Co to jest wykres? Odczytywanie wartości funkcji z wykresu, określanie zbioru wartości, odczytywanie argumentu dla danej wartości, badanie, czy punkt leży na wykresie bez wykonywania wykresu, badanie, czy dana krzywa jest wykresem funkcji.	
Miejsca zerowe i monotoniczność	1	Miejsca zerowe, liczba miejsc zerowych. Funkcje rosnące i malejące, funkcja stała. Monotoniczność i przedziały monotoniczności.	
Funkcje i wykresy w życiu codziennym	1	Oś czasu, funkcje czasu, wykresy temperatur, prędkości, indeksów giełdowych, populacji zwierząt i plonów, itp. Interpretacja miejsc zerowych i monotoniczność wyżej wymienionych funkcji.	
Kilka ważnych funkcji	2	Funkcje: $y = x$ , $y = c$ , $y = -x$ , $y = x^2$ , $y = \sqrt{x}$ , $y = \frac{1}{x}$ i ich własności: dziedzina, zbiór wartości, wartość najmniejsza i największa, miejsca zerowe, monotoniczność.	
Czytamy wykresy	1	Dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, wyznaczanie z wykresu przedziałów, w których funkcja	

		przyjmuje wartości dodatnie i ujemne. Odczytywanie argumentów dla danej wartości, wartości najmniejszej i największej oraz przedziałów monotoniczności. Graficzne rozwiązywanie prostych nierówności związanych z funkcjami z wcześniejszego katalogu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje określenie miejsca zerowego i objaśnia je na przykładach (P)</li> <li>▫ oblicza miejsca zerowe funkcji <math>y = x^2</math> (P)</li> <li>▫ objaśnia na przykładach określenie funkcji rosnącej i malejącej (P)</li> <li>▫ analizuje proste wykresy z życia codziennego podając: dziedzinę, zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (P)</li> <li>▫ wyszukuje wśród danych wykresów takie, które spełniają z góry zadane własności (P)</li> <li>▫ sporządza wykresy funkcji: <math>y = x</math>, <math>y = c</math>, <math>y = -x</math>, <math>y = x^2</math>, <math>y = \sqrt{x}</math>, <math>y = \frac{1}{x}</math> bez pomocy tabelki (P)</li> <li>▫ wyznacza przedziały, dla których wartości funkcji są mniejsze (większe) od danej wartości (P)</li> <li>▫ na podstawie danej wartości oblicza wartość do niej proporcjonalną (P)</li> <li>▫ odczytuje z tabelki lub wykresu współczynniki proporcjonalności (P)</li> <li>▫ określa rodzaj proporcjonalności między zmiennymi, opisanymi danym wzorem (P)</li> <li>▫ określa, dla danej reguły, funkcje w różnej postaci: wzoru, grafu, tabeli, wykresu (R)</li> <li>▫ stosuje różne zapisy wzoru funkcji: <math>y = \dots</math>, <math>f(x) = \dots</math>, <math>g: x \rightarrow \dots</math> (R)</li> <li>▫ objaśnia pojęcie wykresu (R)</li> <li>▫ analizuje złożone wykresy z życia codziennego, podając: dziedzinę i zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (R)</li> <li>▫ wyszukuje wśród funkcji danych wzorem funkcje spełniające określone własności (R)</li> <li>▫ odczytuje z wykresu punkty przecięcia wykresów dwóch funkcji (R)</li> <li>▫ określa wzór, opisujący proporcjonalność prosta i odwrotną (R)</li> <li>▫ objaśnia na przykładach różnicę między zbiorem wartości a przeciwdziedzina (D)</li> <li>▫ podaje przykład funkcji mającej nieskończenie wiele miejsc zerowych (D)</li> <li>▫ objaśnia na przykładach, np.: <math>y = \frac{1}{x}</math>, że funkcja, która maleje (rośnie) na wszystkich przedziałach określoności, nie musi być malejąca (rosnąca) w całej dziedzinie (D)</li> <li>▫ uzasadnia brak zależności między monotonicznością funkcji a istnieniem miejsc zerowych (D)</li> <li>▫ wyciąga wnioski o przebiegu zjawiska na podstawie wykresów kilku cech ilustrujących to zjawisko (D)</li> <li>▫ uzasadnia proporcjonalność dwóch wielkości na podstawie ich wykresów (D)</li> <li>▫ określa wzór i rodzaj proporcjonalności dla różnych sytuacji z życia codziennego (D)</li> <li>▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego wykorzystujące funkcje (D)</li> </ul>
Proporcjonalność prosta i odwrotna	1	Zależności wprost proporcjonalne, przykłady wielkości proporcjonalnych, wzór na proporcjonalność prostą $y = ax$ , współczynnik proporcjonalności. Zależności odwrotnie proporcjonalne, przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych, wzór na proporcjonalność odwrotną $y = \frac{a}{x}$ .	
Funkcja liniowa i równomierny wzrost	1	Przykłady równomiernych wzrostów i spadków wartości i ich opis za pomocą wzoru $y = ax + b$ .	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ sporządza wykres funkcji liniowej na podstawie tabelki (K)</li> </ul>

		Znaczenie współczynnika a-tempo zmiany. Znaczenie współczynnika b- wartość w zerze. Wyznaczanie funkcji liniowej, gdy dane są wartości dla dwóch argumentów – zastosowanie układu równań	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje określenie funkcji liniowej i objaśnia je na przykładach (K)</li> <li>▫ wyjaśnia znaczenie współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego, występujących w ogólnym wzorze funkcji liniowej (K)</li> <li>▫ sporządza wykresy funkcji liniowych (K)</li> </ul>
Wykres funkcji liniowej	1	Rysowanie prostej na podstawie dwóch wyznaczonych punktów. Interpretacja i wyznaczanie miejsca zerowego. Interpretacja geometryczna współczynników a i b funkcji liniowej – stromość wykresu i miejsce przecięcia z osią Oy.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ znajduje miejsce zerowe funkcji liniowej (K)</li> <li>▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wykresu (K)</li> <li>▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste nierówności liniowe (K)</li> <li>▫ oblicza miejsce zerowe funkcji liniowej (P)</li> <li>▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w prostych zadaniach geometrycznych i z treścią (P)</li> </ul>
Funkcja liniowa i nierówności liniowe	1	Monotoniczność funkcji liniowej, typ monotoniczności – rosnąca, stała, malejąca. Miejsca zerowe funkcji liniowej a zmiana znaku, nierówności liniowe.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyznacza wzór funkcji liniowej, znając współczynnik kierunkowy i wartość funkcji w jednym punkcie lub znając wartości funkcji w dwóch punktach (P)</li> <li>▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru (P)</li> <li>▫ podaje interpretację geometryczną współczynnika kierunkowego prostej (R)</li> <li>▫ wyznacza wzór funkcji liniowej znając współczynnik kierunkowy i miejsce zerowe (R)</li> <li>▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie bardziej złożone nierówności liniowe (R)</li> <li>▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w bardziej złożonych zadaniach geometrycznych i zadaniach z treścią (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do nierówności liniowych (D)</li> <li>▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego wykorzystujące funkcje liniowe (D)</li> </ul>
Wartość bezwzględna jako funkcja	1	Wartość bezwzględna jako funkcja $y =  x $ - wykres i własności tej funkcji. Sporządzanie wykresów funkcji „kawałkami liniowych”, zapisywanych za pomocą wartości bezwzględnej; określanie własności takich funkcji.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje wartości funkcji zapisanych w postaci „klamkowej” (P)</li> <li>▫ sporządza i analizuje wykresy drogi w zależności od czasu w prostych przypadkach (P)</li> <li>▫ sporządza wykresy prostych funkcji liniowych z wartością bezwzględną (P)</li> <li>▫ posługuje się funkcją <math>y = [x]</math> (D)</li> <li>▫ sporządza i analizuje wykresy drogi w zależności od czasu w bardziej złożonych przykładach (D)</li> <li>▫ sporządza wykresy funkcji liniowych z wartością bezwzględną (D)</li> <li>▫ buduje funkcje „klamkowe”, sporządza ich wykresy i określa własności (D)</li> </ul>
Kilka funkcji mniej typowych	1	Określanie funkcji „klamkowych”, sporządzanie ich wykresów, badanie własności.	
Wykresy podróży	1	Matematyczny opis podróży odbywających się z różnymi prędkościami w różnych odcinkach czasu, obliczanie i sporządzanie wykresu drogi, zastosowanie funkcji „klamkowych”. prędkość średnia. Zależność pomiędzy stromością wykresu drogi a prędkością.	
Przesunięcia pionowe i poziome	1	Badanie zależności między funkcją $y = f(x)$ a funkcjami $y = f(x) + a$ i $y = f(x + a)$ , zastosowanie tabel i wykresów, wyprowadzenie reguły przesunięcia pionowego i poziomego. Zmiana dziedziny podczas przesunięcia poziomego. Określanie rodzaju przesunięcia na podstawie wykresu.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje przesunięcie pionowe i poziome danych wykresów funkcji (P)</li> <li>▫ wykonuje przesunięcie pionowe i poziome i buduje wzór funkcji przesuniętej (D)</li> </ul>
Dwa przesunięcia łącznie: pionowe i poziome	1	Łączne wykonywanie dwóch przesunięć – pionowego i poziomego; wykorzystanie reguł przesunięć. Badanie wpływu kolejności wykonywanych przesunięć na końcowy wynik.	

Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		
--	---	--	--

### III. FUNKCJA KWADRATOWA

Najprostsze przypadki równań kwadratowych	1	Rozwiązywanie równań kwadratowych postaci $x^2 = d$ oraz $ax^2 + bx = 0$ . Przypomnienie wzoru na kwadrat sumy i różnicy, zapisywanie wyrażeń typu $ax^2 + bx + c$ w postaci pełnego kwadratu, rozwiązywanie równań kwadratowych tym sposobem.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje przykłady równań kwadratowych w najprostszych przypadkach: <math>x^2 = a</math>, <math>ax^2 + bx = 0</math> oraz rozwiązuje w sytuacjach, gdy posiadają pierwiastki wymierne (K)</li> <li>▫ oblicza wartość wyróżnika dla trójmianów kwadratowych o współczynnikach całkowitych (K)</li> <li>▫ określa na podstawie znaku wyróżnika liczbę pierwiastków równania kwadratowego (K)</li> <li>▫ rozwiązuje w pamięci proste równania kwadratowe typu <math>x^2 = c</math> (K)</li> <li>▫ rozwiązuje równania kwadratowe typu <math>x^2 = a</math>, <math>ax^2 + bx = 0</math>, wykonując najpierw proste przekształcenia (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe za pomocą wzorów (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste zadania z treścią prowadzące do równań kwadratowych (P)</li> <li>▫ dobiera odpowiednie współczynniki do równań kwadratowych tak, aby równania te miały dany pierwiastek (R)</li> <li>▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach całkowitych do pełnego kwadratu (R)</li> <li>▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (R)</li> <li>▫ układa równania kwadratowe mając dane pierwiastki (R)</li> <li>▫ rozwiązuje równania kwadratowe mające pierwiastki niewymierne, podając je z zadaną dokładnością (D)</li> <li>▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach wymiernych do pełnego kwadratu (D)</li> <li>▫ dobiera odpowiednie wartości parametru w równaniu kwadratowym tak, aby równanie to miało dokładnie jeden pierwiastek (D)</li> <li>▫ wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego przy ustalonym współczynniku (D)</li> <li>▫ rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną (D)</li> <li>▫ rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych (D)</li> </ul>
Wzory na pierwiastki funkcji kwadratowej	1	Wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego, wyróżnik trójmianu, warunki na istnienie pierwiastków trójmianu kwadratowego.	
Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów	1	Przekształcanie równań kwadratowych do postaci $ax^2 + bx + c = 0$ . rozwiązywanie tych równań za pomocą wzorów.	
Zadania tekstowe	2	Rozwiązywanie różnych zadań tekstowych prowadzących do równań kwadratowych.	
Najprostsze przykłady funkcji kwadratowych	1	Wykresy funkcji $y = ax^2$ i $y = ax^2 + c$ , $a \neq 0$ , interpretacja współczynnika $a$ , współrzędne wierzchołka paraboli, zbiór wartości tej funkcji, wartość największa albo najmniejsza, przedziały monotoniczności, interpretacja współczynnika $c$ , oś symetrii wykresu funkcji i jej miejsca zerowe.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ szkicuje wykresy funkcji kwadratowych postaci <math>y = ax^2</math> oraz <math>y = ax^2 + c</math> (K)</li> <li>▫ odczytuje z wykresu funkcji kwadratowej argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) (K)</li> <li>▫ bada, czy dany punkt leży na wykresie funkcji kwadratowej (K)</li> <li>▫ wyznacza miejsca zerowe trójmianu (K)</li> <li>▫ dopasowuje wzór funkcji kwadratowej do odpowiedniego wykresu (K)</li> <li>▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli, wartość największą lub najmniejszą oraz zbiór wartości funkcji na podstawie postaci kanonicznej i postaci ogólnej</li> </ul>
Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	1	Przesuwanie wykresu funkcji $y = ax^2$ o $p$ jednostek względem osi $Ox$ ( w lewo, w prawo) i $q$ jednostek względem osi $Oy$ ( w górę, w dół ), wzór funkcji po tych przesunięciach (	

		$y = a(x - p)^2 + q$ ), własności tej funkcji, sprowadzanie konkretnych trójmianów do postaci kanonicznej metodą uzupełniania do kwadratu.	trójmianu (K)
Postać ogólna funkcji kwadratowej	1	Przekształcanie funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i na odwrót, wyprowadzenie wzoru $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ , badanie własności funkcji kwadratowej między innymi w oparciu o ten wzór.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ sprowadza trójmian do postaci kanonicznej na podstawie wzoru (K)</li> <li>▫ oblicza argument(y) funkcji kwadratowej, gdy dana jest jej wartość (K)</li> <li>▫ określa w prostych przypadkach liczbę punktów wspólnych paraboli z prostą i paraboli z parabolą na podstawie wykresu (K)</li> <li>▫ wyznacza zbiór wartości trójmianu (P)</li> <li>▫ wyznacza przedziały monotoniczności na podstawie postaci kanonicznej i postaci ogólnej trójmianu (P)</li> <li>▫ wyznacza punkty przecięcia się dwóch parabol (P)</li> <li>▫ uzasadnia sposób wyznaczania dziedziny funkcji wymiernej o mianowniku będącym funkcją kwadratową i wyznacza tę dziedzinę (R)</li> <li>▫ sprowadza trójmiany kwadratowe do postaci kanonicznej poprzez uzupełnianie do kwadratu (R)</li> <li>▫ bada monotoniczność funkcji kwadratowej w przedziale w oparciu o postać ogólną i wykres tej funkcji (R)</li> <li>▫ rozpoznaje na podstawie wzoru trójmianu rodzaj przekształcenia, jakiemu został poddany wyjściowy jednomian kwadratowy (R)</li> <li>▫ wyszukuje wśród wzorów funkcji kwadratowych wzory tych funkcji, które przyjmują tylko wartości dodatnie (ujemne) (R)</li> <li>▫ wyznacza punkt wspólny rodziny parabol (D)</li> <li>▫ bada monotoniczność trójmianu w przedziale w oparciu o postać kanoniczną tej funkcji (D)</li> <li>▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie symetrycznie położonych punktów wykresu (D)</li> </ul>
Miejsca zerowe i symetria wykresu funkcji kwadratowej	1	Wykorzystanie symetrii paraboli do obliczania współrzędnych jej wierzchołka, wyznaczania wartości najmniejszej albo największej funkcji kwadratowej oraz szkicowania paraboli.	
Przelotne spojrzenie na wykres	1	Analiza sześciu położeń paraboli względem osi $Ox$ . Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej. Przecinanie się paraboli z prostą i inną parabolą.	
Zadania o liczbach i figurach	1	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do wyznaczenia najmniejszej albo największej wartości funkcji kwadratowej.	Uczeń:
O kosztach, zyskach i cenach	1	Wykorzystywanie funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań tekstowych o tematyce związanej z kosztami, cenami i zyskami.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozwiązuje typowe zadania dotyczące zastosowań funkcji kwadratowej w geometrii, ekonomii i fizyce (P)</li> <li>▫ wyznacza równanie paraboli, spełniające dane warunki (R)</li> <li>▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dany jest jej wierzchołek i jeden punkt leżący na niej (R)</li> </ul>
Kilka zadań o ruchu	1	Rozwiązywanie problemów związanych z ruchem jednostajnie przyspieszonym ( droga, prędkość, czas) na przykładzie spadku swobodnego. Zadania o drodze hamowania samochodu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące zastosowań funkcji kwadratowej w geometrii, ekonomii i fizyce (D)</li> <li>▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dane są trzy różne punkty leżące na niej (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania dotyczące modelowania zjawisk z otaczającej rzeczywistości (D)</li> </ul>
W poszukiwaniu wzoru	1	Poszukiwanie wzoru funkcji kwadratowej przy danych współrzędnych wierzchołka i punktu lub trzech punktów.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

#### IV. PLANIMETRIA cz.1

Proporcja, podobieństwo i prostokąt	1	Pojęcie proporcji. Stosunek długości odcinków. Skala podobieństwa. Figury podobne. Kryterium podobieństwa dla prostokątów. Złoty prostokąt. Rozwiązywanie zadań o podobieństwie figur.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje przykłady figur podobnych (K)</li> <li>▫ sprawdza proporcjonalność odcinków (K)</li> <li>▫ określa skalę podobieństwa figur (K)</li> </ul>
-------------------------------------	---	--	---

Podobieństwo wielokątów	1	Warunek podobieństwa dowolnych wielokątów. Przykłady czworokątów podobnych i niepodobnych. Sprawdzanie podobieństwa dowolnych wielokątów. Podobieństwo wielokątów foremnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje wielokąty podobne (K)</li> <li>▫ rozpoznaje figury podobne w otaczającym świecie (K)</li> <li>▫ rozpoznaje kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe oraz odpowiadające (K)</li> </ul>
Pole i obwód figur podobnych	1	Związek między obwodami i polami figur podobnych. Rozwiązywanie zadań o polu i obwodzie figur podobnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wskazuje w trójkącie wysokości i środkowe (K)</li> <li>▫ odczytuje, w jakim stosunku dana prosta dzieli odcinek (K)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie oraz kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym (K)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w typowych sytuacjach (K)</li> <li>▫ zapisuje stosunki odpowiednich boków trójkąta; sprawdza proporcjonalność boków trójkątów (K)</li> </ul>
Podobieństwo brył w przestrzeni	1	Podobieństwo brył. Szukanie skali podobieństwa brył podobnych. Stosunek objętości i stosunek pól powierzchni brył podobnych – ich związek ze skalą podobieństwa. Rozwiązywanie zadań o bryłach podobnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta (K)</li> <li>▫ stosuje pojęcie proporcji do określania podobieństwa figur (P)</li> <li>▫ oblicza na podstawie skali podobieństwa pola i obwody figur podobnych (P)</li> <li>▫ omawia własności kątów odpowiadających i naprzemianległych (P)</li> <li>▫ określa skalę podobieństwa na podstawie długości boków trójkąta (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy przystawiania trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
O kątach i trójkątach	1	Przypomnienie określeń kątów przyległych i wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych. Własności kątów naprzemianległych. Stosunek pól dwu trójkątów o tej samej wysokości. Przypomnienie wzoru na pole trójkąta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Cechy podobieństwa trójkątów BBB i KKK	1	Poznanie cech BBB i KKK podobieństwa trójkątów. Zwrócenie uwagi na fakt, że wiele zadań można rozwiązać, korzystając z twierdzenia Talesa albo podobieństwa trójkątów.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Cecha podobieństwa trójkątów BKB	1	Poznanie cechy BKB podobieństwa trójkątów. Przykłady stosowania cechy BKB. Wykorzystywanie cechy podobieństwa do rozwiązywania zadań na dowodzenie, np. dowód twierdzenia o odcinku łączącym środki boków dowolnego trójkąta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Podobieństwo trójkątów prostokątnych	1	Sformułowanie cech podobieństwa trójkątów prostokątnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Podobieństwo i twierdzenie Pitagorasa	1	Uzasadnienie faktu, że wysokość dzieli trójkąt prostokątny na dwa trójkąty podobne. Dowód twierdzenia Pitagorasa z wykorzystaniem powyższej własności.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Pomiary w terenie	2	Praktyczne zastosowanie podobieństwa do pomiarów odległości oraz wysokości obiektów niedostępnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P)</li> <li>▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P)</li> <li>▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P)</li> <li>▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)</li> <li>▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)</li> <li>▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R)</li> <li>▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R)</li> <li>▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R)</li> <li>▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R)</li> <li>▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta” i stosuje „złoty podział” odcinka (D)</li> <li>▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D)</li> <li>▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D)</li> <li>▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Tangens i cotangens	1	Określanie dla trójkąta prostokątnego funkcji tangens i cotangens kąta ostrego, jako stosunku odpowiednich boków. Rysowanie katów o danym tangensie i	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rysuje trójkąt prostokątny i nazywa poszczególne boki; potrafi oznaczać długości boków i miary kątów w standardowy sposób (K)</li> </ul>

		cotangensie. Zapoznanie z tabelą wartości funkcji tangens i cotangens.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza stosunki długości odpowiednich boków w prostokątnych trójkątach podobnych (K)</li> </ul>
Tangensy w praktyce	1	Praktyczne zastosowanie tangensów i cotangensów do pomiarów odległości i innych obliczeń.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)</li> </ul>
Sinus i cosinus	1	Określenie dla trójkąta prostokątnego funkcji sinus i cosinus kąta ostrego jako stosunku odpowiednich boków.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje z rysunku odpowiednie dane i oblicza sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta (K)</li> <li>▫ odczytuje z tabeli przybliżone wartości liczbowe funkcji trygonometrycznych danego kąta (K)</li> </ul>
Sinusy i cosinusy w praktyce	1	Praktyczne zastosowanie sinusów i cosinusów do pomiarów odległości i innych obliczeń.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ znajduje za pomocą kalkulatora przybliżoną wartość funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (P)</li> </ul>
Trzy szczególne kąty: 30°, 45°, 60°.	1	Obliczenie, w oparciu o twierdzenie Pitagorasa, wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 30°, 45° oraz 60°. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem wartości dokładnych dla powyższych kątów.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rysuje kąt, gdy dany jest jego tangens lub cotangens (P)</li> <li>▫ oblicza długości przyprostokątnych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków w trójkącie prostokątnym, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta ostrego (P)</li> <li>▫ wyznacza w oparciu o własności trójkąta równobocznego oraz trójkąta prostokątnego równoramiennego wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60° i sprawdza wyniki tych obliczeń (P)</li> <li>▫ wykonuje niezbędne pomiary w celu wyznaczenia przybliżonej wartości tangensa, cotangensa, sinusa i cosinusa danego kąta (R)</li> <li>▫ porównuje wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla danego kąta (R)</li> <li>▫ oblicza dokładnie wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla kątów o mierze 30°, 45°, 60° (R)</li> <li>▫ na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych rozpoznaje kąty 30°, 45°, 60° (R)</li> <li>▫ ustala związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego (R)</li> <li>▫ oblicza pole i wysokość trójkąta równobocznego o danym boku (R)</li> <li>▫ rozwiązuje złożone zadania tekstowe na zastosowanie poznanych własności trójkątów prostokątnych o kątach 30°, 60°, 90° oraz 45°, 45°, 90° (D)</li> <li>▫ oblicza wartości nietypowych wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

## V. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Postać kierunkowa prostej	2	Układ współrzędnych na płaszczyźnie; osie i ćwiartki układu współrzędnych; współrzędne punktów. Zbiór punktów spełniających warunek $y = ax + b$ ; wykres prostej; proste pionowe i poziome. Określenie równania kierunkowego prostej. Współczynnik kierunkowy prostej; nachylenie prostej względem osi $0x$ . Warunek równoległości prostych zadanych w postaci kierunkowej. Określanie równania prostej na podstawie	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ stosuje układ współrzędnych do określania położenia punktów – zaznacza punkty i odczytuje ich współrzędne (K)</li> <li>▫ sporządza wykresy prostych w postaci kierunkowej (K)</li> <li>▫ sprawdza czy dany punkt leży na wykresie prostej bez wykonywania wykresu analizuje wykresy prostych; odczytuje współczynnik kierunkowy i wyraz wolny danej prostej (K)</li> <li>▫ określa równoległość prostych w postaci kierunkowej (K)</li> </ul>
---------------------------	---	--	--

		współczynnika kierunkowego i punktu leżącego na prostej. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ przekształca równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i na odwrót (K)</li> <li>▫ oblicza odległość między punktami, wyznacza długości boków wielokątów (K)</li> <li>▫ wyznacza środek odcinka (K)</li> </ul>
Postać ogólna prostej	1	Przekształcanie równania kierunkowego do postaci ogólnej. Sporządzanie wykresów prostych zadanych w postaci ogólnej. Równoległość prostych zadanych w postaci ogólnej.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ ustala, czy dane proste są prostopadłe (K)</li> <li>▫ sporządza wykresy i odczytuje wzory prostych pionowych (P)</li> <li>▫ wyznacza równanie prostej, gdy dany jest punkt i kierunek prostej (P)</li> <li>▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (P)</li> </ul>
O przecinaniu się prostych	2	Wyznaczanie punktów przecięcia prostych – rozwiązywanie układów równań liniowych metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników. Badanie wzajemnego położenia prostych bez rozwiązywania układu równań. Przypomnienie pojęć: układ sprzeczny, oznaczony i nieoznaczony.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ sporządza wykresy prostych danych w postaci ogólnej (P)</li> <li>▫ znajduje punkt przecięcia prostych poprzez rozwiązywanie układu równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników (P)</li> <li>▫ stosuje wzór na odległość punktów do badania prostych sytuacji geometrycznych oraz sytuacji z życia codziennego (P)</li> <li>▫ określa kierunek prostej poprzez interpretację współczynnika kierunkowego (R)</li> <li>▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci kierunkowej (R)</li> <li>▫ znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i przecinającej oś OX pod danym kątem (R)</li> </ul>
Odległość na płaszczyźnie i środek odcinka	1	Długość odcinka na prostej. Obliczanie odległości punktów na płaszczyźnie z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa. Wzór na odległość punktów na płaszczyźnie. Wyznaczanie środka odcinka; wzór na środek odcinka.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyznacza równania prostych zawierających boki wielokątów (R)</li> <li>▫ wyznacza równanie symetralnej odcinka (R)</li> <li>▫ wyznacza odległość między prostymi równoległymi (R)</li> <li>▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (R)</li> </ul>
Prostopadłość	1	Badanie prostopadłości prostych. Warunek prostopadłości prostych danych w postaci kierunkowej. Zastosowanie warunku prostopadłości prostych – odległość punktu od prostej, równanie symetralnej odcinka, równanie wysokości trójkąta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej (D)</li> <li>▫ wyznacza wartości parametrów, dla których proste są równoległe (D)</li> <li>▫ wyprowadza wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (D)</li> <li>▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci ogólnej (D)</li> <li>▫ wyznacza pole figury ograniczonej prostymi (D)</li> <li>▫ wyznacza parametry, dla których proste się przecinają (D)</li> <li>▫ uzasadnia wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (D)</li> <li>▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego oraz samodzielnie przeprowadza modelowanie różnych zagadnień za pomocą metod geometrii analitycznej (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

*Uwaga: koniec treści przewidzianych na pierwszą klasę.*

## VI. CIĄGI

Wielkości ciągłe i wielkości dyskretne.	1	Wielkości ciągłe i wielkości dyskretne. Przykłady takich wielkości. Zastosowanie liczb rzeczywistych do opisu wielkości ciągłych i liczb całkowitych do opisu wielkości dyskretnych. Sporządzanie i porównywanie wykresów wielkości ciągłych i wielkości dyskretnych. Czytanie wykresów.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ zapisuje ciąg słownie, w formie tabelki, wzoru (K)</li> <li>▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie opisu słownego lub ogólnego wzoru (K)</li> <li>▫ sporządza wykres danego ciągu przy określonej liczbie wyrazów (K)</li> <li>▫ rozróżnia, które z danych wykresów funkcji przedstawiają ciągi (K)</li> <li>▫ bada w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest rosnący, malejący, czy stały (P)</li> </ul>
Co to jest ciąg?	1	Ciąg nieskończony jako funkcja określona na zbiorze liczb naturalnych dodatnich. Określenie wyrazów ciągu. Przykłady różnych ciągów. Ciągi skończone i nieskończone. Ciąg	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odkrywa zasadę tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów tego ciągu (P)</li> <li>▫ rozróżnia wielkości ciągłe i dyskretne (R)</li> </ul>

		liczbowy. Wykres ciągu liczbowego. Monotoniczność ciągu. Badanie monotoniczności ciągu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje z danego wykresu wartości ciągu i przedziały monotoniczności (R)</li> <li>▫ przedstawia różne zależności za pomocą wykresu ciągu, którego dziedziną jest skończony zbiór liczb naturalnych (R)</li> <li>▫ wybiera optymalny sposób przedstawienia danych w konkretnej sytuacji (mając np. wykres, wzór, tabelkę) (R)</li> <li>▫ podaje ogólny wzór ciągu na podstawie opisu słownego <math>n</math> – tego wyrazu (R)</li> <li>▫ bada, czy ciąg o danym wzorze ogólnym jest monotoniczny, czy posiada wyraz najmniejszy oraz największy (R)</li> <li>▫ znajduje, o ile istnieje, najmniejszy i największy wyraz ciągu na podstawie wzoru ogólnego (D)</li> <li>▫ odkrywa trudniejsze zasady tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów ciągu (D)</li> <li>▫ odczytuje rekurencyjny sposób opisanego ciągów i stosuje go w prostych przypadkach do wyznaczania początkowych wyrazów ciągu (D)</li> <li>▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie podanej rekurencyjnie zależności (D)</li> </ul>
Odkrywanie zależności.	1	Poszukiwanie najprostszej reguły określającej dany ciąg (wzoru na $n$ -ty wyraz ciągu). Wzór na $n$ -ty wyraz ciągu liczbowego. Wypisywanie wyrazów ciągu na podstawie ogólnego wzoru.	
Ciąg arytmetyczny i jego zastosowania	2	Przykłady ciągu arytmetycznego i jego własności. Średnia arytmetyczna. Określenie ciągu arytmetycznego skończonego i nieskończonego. Określenie wzoru na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego. Związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest arytmetyczny (K)</li> <li>▫ podaje na podstawie wzoru ogólnego ciągu arytmetycznego pierwszy wyraz i różnicę ciągu (pierwszy wyraz i iloraz ciągu) (K)</li> <li>▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu arytmetycznego (K)</li> <li>▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K)</li> <li>▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami arytmetycznymi (P)</li> <li>▫ podaje wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i różnica ciągu (P)</li> <li>▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania prostych zadań tekstowych (P)</li> <li>▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego, gdy dana jest wartość sumy, wyraz pierwszy i różnica (P)</li> <li>▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu arytmetycznego (R)</li> <li>▫ sprawdza, mając dane dwa inne wyrazy tego ciągu, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (R)</li> <li>▫ wyznacza ogólny wyraz ciągu arytmetycznego, znając zależność <math>S_n</math> (R)</li> <li>▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D)</li> <li>▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu arytmetycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią arytmetyczną dwóch sąsiednich wyrazów (D)</li> <li>▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu arytmetycznego do rozwiązywania różnych problemów (D)</li> </ul>
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego.	2	Suma $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego.	
Ciąg geometryczny	2	Przykłady ciągu geometrycznego. Określenie ciągu geometrycznego skończonego i nieskończonego. Wyprowadzenie wzoru na ogólny wyraz ciągu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest geometryczny (K)</li> </ul>

		<p>geometrycznego. Poszukiwanie wzoru ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy. Średnia geometryczna. Związek między ilorazem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu geometrycznego (K)</li> <li>▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o skończonej liczbie wyrazów (K)</li> <li>▫ oblicza wzrost lub zanik wykładniczy danej wielkości (K)</li> </ul>
Wzrost i zanik wykładniczy	1	<p>Zmiany procentowe. Rozwiązywanie zadań dotyczących wzrostu danej wielkości o stały procent. Związek między stałym wzrostem procentowym a odpowiednim ciągiem geometrycznym. Obliczanie wzrostu procentowego. Pokazanie, że procesy o stałym wzroście procentowym rosną wykładniczo. Obliczanie stałego spadku procentowego. Rozwiązywanie zadań dotyczących spadku danej wielkości o stały procent. Związek między stałym spadkiem procentowym a odpowiednim ciągiem geometrycznym. Obliczanie spadku procentowego. Pokazanie, że procesy o stałym zaniku procentowym maleją wykładniczo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami geometrycznymi (P)</li> <li>▫ podaje wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P)</li> <li>▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu geometrycznego (P)</li> <li>▫ stosuje własności ciągu geometrycznego (arytmetycznego) do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> <li>▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego, gdy dana jest wartość sumy, wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P)</li> <li>▫ rozwiązuje, z zastosowaniem ciągu geometrycznego, zadania wiążące się ze wzrostem o stałym tempie procentowym (P)</li> </ul>
Efekt składania procentów	1	<p>Spadek lub wzrost danej wielkości o stały procent w pewnym czasie. Procentowe porównania związane ze spadkiem i wzrostem danej wielkości w czasie. Rozwiązywanie zadań dotyczących spadku lub wzrostu danej wielkości w czasie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje obliczenia procentowe dotyczące zaniku wykładniczego danej wielkości w czasie (P)</li> <li>▫ oblicza okres podwojenia przy danym rocznym wzroście procentowym (R)</li> <li>▫ oblicza przyrost procentowy, znając przyrost w danym okresie (R)</li> <li>▫ oblicza procent spadku danej wielkości w określonym czasie (R)</li> <li>▫ stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D)</li> <li>▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu geometrycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią geometryczną dwóch sąsiednich wyrazów (D)</li> <li>▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu geometrycznego do rozwiązywania różnych problemów (D)</li> <li>▫ określa procentowe tempo wzrostu w danym okresie przy podanej wielkości wzrostu (D)</li> <li>▫ porównuje procentowe przyrosty danej wielkości przy różnym tempie wzrostu tej wielkości w określonym czasie (D)</li> </ul>
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	2	<p>Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Uzasadnienie wzoru na sumę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego. Rozwiązywanie zadań dotyczących sumy ciągu geometrycznego. Zastosowanie ciągów arytmetycznego i geometrycznego.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu geometrycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią geometryczną dwóch sąsiednich wyrazów (D)</li> <li>▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu geometrycznego do rozwiązywania różnych problemów (D)</li> <li>▫ określa procentowe tempo wzrostu w danym okresie przy podanej wielkości wzrostu (D)</li> <li>▫ porównuje procentowe przyrosty danej wielkości przy różnym tempie wzrostu tej wielkości w określonym czasie (D)</li> </ul>
Kredyty	1	<p>Rozwiązywanie zadań o tematyce ekonomicznej - obliczanie oprocentowania lokat i kredytów. Wprowadzenie podstawowych pojęć ekonomicznych: kapitał, lokaty, oszczędności, raty, kredyty, kapitalizacja odsetek, stopa procentowa. Zadania praktyczne.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza wysokość rat i odsetek od kredytu o określonej wysokości i stałym oprocentowaniu w ciągu roku (K)</li> <li>▫ oblicza, jaki procent kredytu przy stałym oprocentowaniu stanowią odsetki (K)</li> <li>▫ oblicza wartość spłaconego kredytu, tj. wysokość rat kredytowych + odsetek, gdy dany jest okres spłaty i roczna stopa procentowa (P)</li> <li>▫ oblicza jaki procent kredytu stanowią spłacone odsetki (P)</li> <li>▫ znajduje wysokość wzrostu kwoty kredytu z odsetkami przy danym oprocentowaniu w określonym czasie (P)</li> <li>▫ potrafi oszacować wzrost procentowy w danym czasie przy danym procentowym wzroście rocznym (P)</li> <li>▫ potrafi oszacować spadek procentowy w danym czasie przy danym procentowym spadku rocznym (P)</li> </ul>
Lokaty i procent składany	1	<p>Przedstawienie na przykładach pojęcia procentu składanego. Podanie ogólnego wzoru na kapitał końcowy przy stałej stopie procentowej, określonym kapitale początkowym i liczbie lat oszczędzania. Pojęcie kapitalizacji, oprocentowania nominalnego i efektywnego</p>	
Oszczędzanie systematyczne	1	<p>Rozwiązywanie <i>zadań</i> o tematyce ekonomicznej - obliczanie oprocentowania lokat i kredytów. Przykłady systematycznego oszczędzania przy stałym oprocentowaniu i</p>	

		stałej kapitalizacji	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza na podstawie podanego wzoru wysokość miesięcznych rat kredytu przy danej liczbie rat i danym oprocentowaniu (R)</li> <li>▫ rozróżnia oprocentowanie nominalne od efektywnego (R)</li> <li>▫ wyznacza stopę procentową odsetek od lokaty, znając wartość początkową i końcową lokaty (R)</li> <li>▫ wybiera najkorzystniejszą z lokat oferowanych przez banki w danym czasie (R)</li> <li>▫ wykonuje obliczenia dotyczące kapitalizacji wkładu początkowego na podstawie ogólnego wzoru (D)</li> <li>▫ określa łączny kapitał przy systematycznym oszczędzaniu i stałym rocznym oprocentowaniu (D)</li> <li>▫ wyznacza efektywną stopę kredytu przy różnych okresach kapitalizacji odsetek (D)</li> <li>▫ oblicza wartość efektywnej rocznej stopy procentowej przy danym oprocentowaniu nominalnym i określonej kapitalizacji odsetek (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

## VII. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE

Dzielenie z resztą i cechy podzielności	1	Pisemne dzielenie liczb całkowitych z resztą i bez reszty. Cechy podzielności liczb przez 2, 3, 4, 5, 9 i 10.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje dzielenie pisemne z resztą (K)</li> <li>▫ uzupełnia brakujące elementy w zapisie dzielenia liczby całkowitej z resztą (K)</li> <li>▫ wyznacza wszystkie możliwe reszty z dzielenia liczby całkowitej przez inną liczbę całkowitą (K)</li> </ul>
Liczby pierwsze i liczby złożone	1	Wielokrotność liczby, dzielnik liczby. Liczba pierwsza i liczba złożona. Rozkład liczby całkowitej na czynniki pierwsze.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wypisuje wszystkie dzielniki dla konkretnych liczb całkowitych (K)</li> <li>▫ podaje wielokrotności danej liczby mniejsze od danej liczby naturalnej (K)</li> <li>▫ dokonuje rozkładu liczby naturalnej na iloczyn czynników pierwszych (K)</li> <li>▫ wskazuje kilka wspólnych wielokrotności dla pary liczb oraz wyznacza ich najmniejszą wspólną wielokrotność (K)</li> <li>▫ wyznacza wszystkie wspólne dzielniki pary liczb i wskazuje największy z nich (K)</li> <li>▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne na dzielenie liczb całkowitych z resztą (P)</li> <li>▫ zapisuje za pomocą wzoru liczby całkowite spełniające określone warunki (P)</li> <li>▫ uzasadnia, że dana liczba jest złożona, korzystając z cech podzielności (P)</li> <li>▫ wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność (największy wspólny dzielnik) pary liczb, korzystając z ich rozkładu na czynniki pierwsze (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne prowadzące do najmniejszej wspólnej wielokrotności oraz największego wspólnego dzielnika (P)</li> <li>▫ uzasadnia podzielność liczb całkowitych przez konkretną liczbę (R)</li> <li>▫ wyznacza najmniejsze liczby całkowite spełniające określone warunki (R)</li> <li>▫ wybiera spośród zestawu liczb te, które są pierwsze (R)</li> <li>▫ wyznacza największy wspólny dzielnik dla „dużych” liczb (R)</li> <li>▫ wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność, korzystając z algorytmu Euklidesa (R)</li> <li>▫ uzasadnia cechę podzielności przez 11 dla liczb dwu i trzycyfrowych (D)</li> <li>▫ podaje rozkład liczby na czynniki, które są iloczynem dwóch liczb zapisanych w postaci rozkładu na czynniki pierwsze (D)</li> <li>▫ wyznacza największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność trójki</li> </ul>
NWW, NWD i algorytm Euklidesa	2	Wyznaczanie najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika liczb. Algorytm Euklidesa. Liczby względnie pierwsze. Funkcja Eulera.	

			<p>liczb (D)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyznacza parę liczb, mając dany jej największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólną wielokrotność (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do najmniejszej wspólnej wielokrotności oraz największego wspólnego dzielnika (D)</li> </ul>
Podstawowe terminy	1	Wielomian zmiennej $x$ stopnia $n$ . Współczynniki wielomianu. Wyrazy wielomianu. Wyraz wolny. Pierwiastek wielomianu.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wskazuje wielomiany wśród różnych funkcji (K)</li> <li>▫ wyznacza kolejne współczynniki wielomianu (K)</li> <li>▫ wyznacza brakujący współczynnik wielomianu, mając daną wartość wielomianu dla danego argumentu (K)</li> <li>▫ oblicza wartość wielomianu dla argumentów liczbowych i literowych (K)</li> <li>▫ wskazuje wśród liczb te, które są pierwiastkami danego wielomianu (K)</li> <li>▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów (K)</li> <li>▫ porządkuje wielomiany (K)</li> <li>▫ rozkłada trójmian kwadratowy na czynniki, korzystając ze wzorów na pierwiastki i ze wzorów skróconego mnożenia (K)</li> <li>▫ rozstrzyga, czy dany trójmian kwadratowy można rozłożyć na czynniki (K)</li> <li>▫ dopasowuje postaci iloczynowe trójmianów kwadratowych do odpowiednich wykresów (K)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dane w najprostszej postaci (K)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dla trójmianów danych w postaci iloczynowej i niepełnej (K)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe w liczbach naturalnych (K)</li> <li>▫ sprowadza trójmiany kwadratowe do postaci iloczynowej (K)</li> <li>▫ rozkłada wielomiany na czynniki, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia, wyłączając wspólny czynnik przed nawias oraz grupując wyrazy (K)</li> <li>▫ wyznacza współczynniki wielomianów równych (P)</li> <li>▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie i potęgowanie kilku wielomianów (P)</li> <li>▫ wyznacza dwa współczynniki trójmianu kwadratowego, znając dwa pierwiastki tego trójmianu (P)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe, wykonując najpierw odpowiednie przekształcenia (P)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dla trójmianów danych w postaci iloczynowej po obu stronach znaku nierówności (P)</li> <li>▫ wyznacza dziedzinę funkcji, która zawiera trójmian kwadratowy pod znakiem pierwiastka kwadratowego (P)</li> <li>▫ uzasadnia, że daną nierówność spełniają wszystkie liczby rzeczywiste (P)</li> <li>▫ uzasadnia, że żadna liczba rzeczywista nie spełnia nierówności kwadratowej (P)</li> <li>▫ rozwiązuje układy nierówności kwadratowych (P)</li> <li>▫ podaje przykłady wielomianów o danych pierwiastkach (P)</li> <li>▫ wyznacza współczynniki wielomianu, mając dany czynnik występujący w rozkładzie tego wielomianu (P)</li> <li>▫ rozwiązuje równania wielomianowe trzeciego stopnia (P)</li> </ul>
Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów	1	Trzy podstawowe działania na wielomianach. Stopień sumy, różnicy i iloczynu wielomianów.	
Rozkład trójmianu na czynniki	1	Postać iloczynowa trójmianu kwadratowego. Rozkład trójmianu na czynniki za pomocą wzorów skróconego mnożenia.	
Nierówności kwadratowe	2	Szkic paraboli z uwzględnieniem znaku $a$ i ewentualnych pierwiastków. Odczytywanie rozwiązań nierówności kwadratowych na podstawie szkicu odpowiedniej paraboli. Zastosowanie nierówności kwadratowych do rozwiązywania bardziej złożonych zadań.	
Rozkład wielomianu na czynniki	2	Rozkład wielomianów stopnia trzeciego i czwartego na czynniki. Stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów i wykorzystanie twierdzenia Bezout.	
Rozwiązywanie równań wielomianowych	1	Zastosowanie poznanych metod rozkładu wielomianu na czynniki do rozwiązywania równań wielomianowych. Równanie dwukwadratowe oraz sposób jego rozwiązywania.	
O wykresach wielomianów	1	Wykresy wielomianów trzeciego i czwartego stopnia. Krotność pierwiastka.	
Nierówności wielomianowe	1	Wykorzystanie szkiców wykresów do rozwiązywania nierówności.	

			<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ zapisuje w postaci wielomianu iloczyn kilku dwumianów różnych stopni (R)</li> <li>▫ wyznacza stopień wielomianu będącego wynikiem różnych działań na dwóch wielomianach o danych stopniach (R)</li> <li>▫ podaje przykłady wielomianów możliwie najniższego stopnia o danych pierwiastkach (R)</li> <li>▫ dopasowuje wykresy trójmianów kwadratowych do odpowiednich wzorów tych trójmianów danych w postaci iloczynowej (R)</li> <li>▫ układa równania kwadratowe, mając dane dwa jego pierwiastki (R)</li> <li>▫ podaje przykład nierówności kwadratowej o danym rozwiązaniu (R)</li> <li>▫ rozwiązuje nierówności wielomianowe dla wielomianów danych po obu stronach znaku nierówności w postaci iloczynowej (R)</li> <li>▫ podaje przykład wielomianu o współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkami są dane liczby wymierne i niewymierne (R)</li> <li>▫ wyznacza brakujące współczynniki wielomianu, mając dane wartości wielomianu dla dwóch różnych argumentów (D)</li> <li>▫ rozwiązuje kwadratowe nierówności podwójne (D)</li> <li>▫ rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do nierówności kwadratowych (D)</li> <li>▫ rozkłada na czynniki wielomian, stosując podstawienie (D)</li> <li>▫ wskazuje wśród danych równań wielomianowych te, które nie mają pierwiastków ujemnych (D)</li> <li>▫ rozwiązuje równania stopnia wyższego niż czwarty (D)</li> <li>▫ rozwiązuje bardziej złożone nierówności wielomianowe (D)</li> </ul>
Wyrażenia wymierne	3	Pojęcie wyrażenia wymiernego. Wartość wyrażenia wymiernego Dziedzina wyrażenia wymiernego. Działania na wyrażeniach wymiernych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza wartość wyrażenia wymiernego, dla danych wartości liczbowych zmiennych (K)</li> </ul>
Homografia I: najprostsze przypadki	1	Określenie funkcji homograficznej . Wykres homografii. Asymptoty hiperboli. Własności funkcji homograficznej.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wskazuje wśród wyrażeń wymiernych te, które są homografiami (K)</li> <li>▫ szkicuje wykresy najprostszych funkcji homograficznych (K)</li> </ul>
Homografia II: przypadek $y = a + \frac{b}{x+c}$	2	Szkicowanie wykresu funkcji danej w postaci $y = a + \frac{b}{x+c}$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje z wykresu homografii własności tej funkcji oraz równania jej asymptot (K)</li> <li>▫ podaje równania asymptot homografii na podstawie jej wzoru (K)</li> </ul>
Zastosowania	1	Średni koszt produkcji, stężenie procentowe roztworu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych (P)</li> </ul>
Równania z homografią	1	Równania, które można sprowadzić maksymalnie do równania kwadratowego.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ przekształca tak równania, aby otrzymać jedną ze stron w postaci wyrażenia wymiernego (P)</li> </ul>
Nierówności z homografią	2	Nierówności, które można sprowadzić maksymalnie do nierówności kwadratowych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyznacza dziedzinę i przedziały monotoniczności na podstawie wzoru homografii (P)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do badania własności homografii (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste równania z funkcją homograficzną (P)</li> <li>▫ układa, a następnie rozwiązuje proste równania z funkcją homograficzną (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste nierówności z homografią (P)</li> <li>▫ układa, a następnie rozwiązuje proste nierówności z homografią (P)</li> <li>▫ podaje wzór homografii na podstawie jej wykresu (R)</li> <li>▫ określa przekształcenia, jakie należy wykonać, aby z wykresu funkcji <math>y = \frac{k}{x}</math></li> </ul>

			<p>otrzymać wykres danej homografii (R)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje różne przekształcenia wykresu homografii (R)</li> <li>▫ szkicuje zbiór utworzony z tych punktów płaszczyzny, dla których dane wyrażenie wymierne z dwiema zmiennymi traci sens (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do wyrażen wymiernych (D)</li> <li>▫ podaje przykład homografii, mając dane jej miejsce zerowe i równania dwóch asymptot (D)</li> <li>▫ szkicuje wykresy homografii z wartością bezwzględną (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

### VIII. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Kąty skierowane i obroty.	1	Obrót punktu po okręgu. Promień wodzący punktu.. Kąt skierowany. Ramię początkowe i końcowe kąta. Kierunek obrotu dodatni i ujemny. Obrót o kąt dodatni i ujemny dowolnej miary.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje miary kątów zaznaczonych na rysunku (K)</li> <li>▫ zaznacza na rysunku kąt o danej mierze (K)</li> <li>▫ wskazuje punkt, na jaki przechodzi dany punkt przy obrocie o kąt <math>90^\circ, 180^\circ, 270^\circ</math> (K)</li> </ul>
Sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego.	2	Definicje funkcji trygonometrycznych. Znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ odczytuje z rysunku wartości sinusa (cosinusa) określonego kąta (K)</li> <li>▫ rysuje kąt, mając daną wartość sinusa (cosinusa) tego kąta i za pomocą kątomierza odczytuje z rysunku liczbę punktów wspólnych wykresu funkcji trygonometrycznej z prostą poziomą (K)</li> <li>▫ wybiera z zestawu liczb te, które mogą być wartościami funkcji sinus (cosinus) (K)</li> <li>▫ wskazuje wśród tangensów i cotangensów danych kątów te, które są określone (K)</li> <li>▫ podaje znak każdej z czterech funkcji trygonometrycznych dla dowolnego kąta (K)</li> <li>▫ wykorzystuje wiadomości o funkcjach trygonometrycznych do rozwiązywania zadań dotyczących figur geometrycznych (P)</li> <li>▫ podaje współrzędne punktu, który otrzymamy, obracając podany punkt o <math>90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 540^\circ, 810^\circ</math> (R)</li> <li>▫ wskazuje punkt, który przechodzi na dany punkt w obrocie o określony kąt (R)</li> <li>▫ podaje, o który należy obrócić dany punkt, aby otrzymać jego obraz w symetrii względem osi poziomej, pionowej i środka układu współrzędnych (R)</li> <li>▫ wyznacza ćwiartki układu współrzędnych, w których iloczyny funkcji trygonometrycznych mają stały znak (R)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do określania obrotów o dany kąt</li> <li>▫ oblicza sinus (cosinus) kąta obrotu (D)</li> </ul>
Wzory redukcyjne.	1	Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych z wykorzystaniem wysokości trójkąta równobocznego i przekątnej kwadratu.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ zna podstawowe tożsamości trygonometryczne: <math>tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},</math></li> </ul>
Cztery ważne tożsamości.	2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne dla kąta ostrego. Zastosowanie ich do wyprowadzania innych użytecznych tożsamości. Stosowanie tożsamości trygonometrycznych do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ <math>tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1, \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1</math> (K)</li> <li>▫ wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dana wartość funkcji sinus (cosinus) dla kąta <math>\alpha</math>, leżącego w podanej ćwiartce (K)</li> </ul>

Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych.	2	Przypomnienie sposobu obliczania trzech kątów pierwszej ćwiartki i ich wartości. Wartości funkcji trygonometrycznych dla niektórych kątów skierowanych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ sprawdza podstawowe tożsamości trygonometryczne (P)</li> <li>▫ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych, wykorzystując ich okresowość (P)</li> <li>▫ oblicza wartości różnych wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, wykorzystując tożsamości trygonometryczne (R)</li> <li>▫ sprawdza bardziej skomplikowane tożsamości trygonometryczne (D)</li> <li>▫ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta, mając dany tangens (cotangens) tego kąta (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania o tematyce praktycznej prowadzące do wykorzystania własności funkcji trygonometrycznych (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	1		

## IX. PLANIMETRIA cz.2

Równoległobok	1	Pojęcie figury wypukłej. Czworokąty wypukłe i niewypukłe. Suma kątów w czworokącie, pięciokącie i sześciokącie. Określenie równoległoboku. Własności kątów w równoległoboku. Własności przekątnych w równoległoboku. Dwsieczne kątów równoległoboku.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wskazuje osie i środki symetrii figur (K)</li> <li>▫ określa liczbę osi i środków symetrii (K)</li> <li>▫ rozpoznaje figury wypukłe i niewypukłe (K)</li> <li>▫ podaje określenie równoległoboku (K)</li> <li>▫ określa, czy czworokąt o danych własnościach jest równoległobokiem (K)</li> <li>▫ podaje przykłady równoległoboków spełniających określone własności (K)</li> <li>▫ podaje własności charakterystyczne równoległoboku (K)</li> <li>▫ wyznacza symetrie prostokątów, rombów i kwadratów (K)</li> <li>▫ określa własności deltoidu (K)</li> <li>▫ podaje określenie trapezu (K)</li> <li>▫ podaje przykłady trapezów równoramiennych i prostokątnych (K)</li> <li>▫ określa, czy czworokąt o danych własnościach jest trapezem (K)</li> <li>▫ stosuje własności linii środkowej w trapezie (K)</li> <li>▫ wyznacza kąty równoległoboku na podstawie znanych zależności między nimi (P)</li> <li>▫ znajduje długości przekątnych równoległoboku, znając inne zależności między elementami równoległoboku (P)</li> <li>▫ wyznacza kąt przecięcia dwsiecznych sąsiednich kątów równoległoboku (P)</li> <li>▫ wyznacza współrzędne wierzchołków równoległoboku (P)</li> <li>▫ określa, czy trapezy o danych własnościach są podobne (P)</li> <li>▫ oblicza kąty i boki trapezu, znając zależności między nimi (P)</li> <li>▫ uzasadnia, że w czworokącie suma kątów wynosi <math>360^\circ</math> (R)</li> <li>▫ wyprowadza z określenia równoległoboku własności kątów równoległoboku (R)</li> <li>▫ uzasadnia połowienie się przekątnych równoległoboku (R)</li> <li>▫ uzasadnia, korzystając z cech przystawiania trójkątów, że przekątna dzieli równoległobok na dwa trójkąty przystające (R)</li> <li>▫ uzasadnia na podstawie różnych cech czworokąta, że jest on równoległobokiem (R)</li> <li>▫ zna własność dwsiecznej kąta w trójkącie (R)</li> <li>▫ uzasadnia, że równoległobok o przekątnych prostopadłych jest rombem (R)</li> <li>▫ uzasadnia, że czworokąt wyznaczony przez dwsieczne równoległoboku nie będącego rombem jest prostokątem (D)</li> <li>▫ uzasadnia, że środki boków czworokąta są wierzchołkami równoległoboku (D)</li> </ul>
Jak rozpoznać równoległobok?	1	Własności charakterystyczne równoległoboków. Równoległobok w układzie współrzędnych. Konstrukcja równoległoboku	
Symetrie równoległoboków: prostokąt, romb, kwadrat.	1	Symetrie równoległoboków. Własności prostokąta, rombu i kwadratu. Liczba osi symetrii prostokąta, rombu i kwadratu. Zestawienie ważniejszych własności prostokątów, rombów i kwadratów.	
Trapezy i deltoidy	2	Określenie trapezu i deltoidu. Trapezy prostokątne, równoramienne i nieregularne. Podstawy, ramiona, wysokości i przekątne trapezu. Własność kątów trapezu. Dwsieczne kątów trapezu. Linia środkowa trapezu. Zastosowanie podobieństwa do określania własności trapezu. Osie symetrii trapezu i deltoidu. Trapezy jako elementy składowe innych wielokątów. Przekrój sześcianu, ostrosłupa, graniastosłupa i trapezu.	

			<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ uzasadnia poprawność opisanych konstrukcji równoległoboku (D)</li> <li>▫ określa, w jakich równoległobokach przekątne są zawarte w dwusiecznych (D)</li> <li>▫ uzasadnia, że środki boków równoległoboku tworzą prostokąt (D)</li> <li>▫ uzasadnia własność linii środkowej w trapezie (D)</li> <li>▫ oblicza długości podstaw, ramion, przekątnych i linii środkowych trapezów na podstawie różnych zależności między nimi (D)</li> </ul>
Trójkąt	1	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do obliczania długości boków, wysokości i dwusiecznych trójkąta. Obwód i pole trójkąta. Badanie zależności pola trójkąta od kąta. Obliczanie powierzchni ścian bocznych ostrosłupów.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza pole równoległoboku, stosując wzory <math>P = ah</math> i <math>P = ab \sin \alpha</math> (K)</li> <li>▫ oblicza pole rombu, stosując wzór <math>P = \frac{1}{2}ef</math> (K)</li> </ul>
Równoległobok i romb	1	Wzory na pole równoległoboku, rombu i dowolnego czworokąta. Obliczanie długości boków i przekątnych oraz pól równoległoboków i rombów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza pole trapezu, stosując wzory <math>P = \frac{1}{2}(a+b)h</math> i <math>P = \frac{1}{2}ef \sin \gamma</math> (K)</li> <li>▫ oblicza pole trójkąta, stosując wzory <math>P = \frac{1}{2}ah</math> i <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math> (K)</li> <li>▫ wyznacza boki i kąty trójkąta prostokątnego z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych (P)</li> <li>▫ oblicza długości boków, przekątnych oraz kąty równoległoboku, trapezu, prostokąta, kwadratu, deltoidu (P)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania praktyczne na obliczanie obwodów i pól trapezów (P)</li> <li>▫ uzasadnia wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math> (R)</li> <li>▫ wyznacza kąty, boki, obwód i pole trójkąta, wykorzystując funkcje trygonometryczne (R)</li> <li>▫ uzasadnia wzory na pole równoległoboku <math>P = ab \sin \alpha</math> i <math>P = \frac{1}{2}ef \sin \gamma</math> (R)</li> <li>▫ uzasadnia wzór na pole trapezu <math>P = \frac{1}{2}ef \sin \gamma</math> (R)</li> <li>▫ określa zależność pola trójkąta od kąta zawartego pomiędzy dwoma danymi bokami (D)</li> <li>▫ wykazuje, że wśród wszystkich trójkątów o bokach <math>a</math> i <math>b</math> największe pole ma trójkąt prostokątny (D)</li> <li>▫ uzasadnia wzór na pole dowolnego czworokąta wypukłego <math>P = \frac{1}{2}ef \sin \gamma</math> (D)</li> <li>▫ oblicza długości boków, przekątnych oraz pole trapezu, mając dane bardziej złożone zależności między nimi (D)</li> </ul>
Trapez	1	Wzory na pole trapezu. Obliczanie długości boków i przekątnych oraz pól trapezów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	
Kąty w kole. Własności stycznej	1	Kąty środkowe i kąty wpisane. Własności tych kątów. Własności kątów wpisanych opartych na łukach dopełniających. Wyznaczanie kątów i boków wielokątów na podstawie własności kątów środkowych i wpisanych. Pojęcie stycznej do okręgu. Styczne do okręgu z punktu poza okręgiem. Zastosowanie własności stycznej do okręgu do wyznaczania kątów i boków w wielokątach.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje kąty środkowe i wpisane w okrąg (K)</li> <li>▫ określa własności kątów środkowych i wpisanych w okrąg (K)</li> <li>▫ określa położenie środka okręgu opisanego na trójkącie (wpisanego w trójkąt) i konstruuje taki okrąg (K)</li> <li>▫ oblicza średnicę okręgu opisanego na prostokącie (K)</li> <li>▫ stosuje wzory na pole trójkąta opisanego na okręgu: <math>P_{\Delta} = \frac{1}{2}(a+b+c)r</math>, (K)</li> </ul>
Okrąg opisany na trójkącie.	1	Okrąg opisany na trójkącie. Określanie położenia środka okręgu opisanego na trójkącie. Obliczanie promieni okręgów opisanych na trójkącie. Obliczanie boków i kątów oraz pól trójkątów wpisanych w okrąg.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozpoznaje i określa wielokąty foremne (K)</li> <li>▫ określa liczbę osi symetrii wielokąta foremnego (K)</li> <li>▫ oblicza kąty w okręgu, wykorzystując własności stycznej (P)</li> </ul>

Okrąg wpisany w wielokąt	1	Okrąg wpisany w trójkąt. Określenie położenia środka okręgu wpisanego w trójkąt. Obliczanie promieni okręgów wpisanych w trójkąt. Wzory na pola trójkątów wpisanych w okrąg. Obliczanie boków i kątów oraz pól trójkątów opisanych na okręgu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym (P)</li> <li>▫ oblicza bok trójkąta równobocznego, kwadratu, sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg (P)</li> <li>▫ oblicza kąt wewnętrzny wielokąta foremnego (P)</li> <li>▫ oblicza kąty środkowe pomiędzy przekątnymi wielokąta foremnego (P)</li> </ul>
Określi i wielokąty foremne	2	Określenie wielokąta foremnego. Przykłady wielokątów foremnych. Własności wielokątów foremnych. Promień okręgu opisanego i okręgu wpisanego w wielokąt foremny. Obliczanie boków i kątów wielokątów foremnych z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ uzasadnia podstawowe własności kątów środkowych i wpisanych (R)</li> <li>▫ oblicza pole i obwód koła opisanego na trójkącie prostokątnym (R)</li> <li>▫ wyznacza promień okręgu wpisanego w <math>n</math> – kąt foremny (R)</li> <li>▫ wyznacza bok <math>n</math> – kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu <math>R</math> (R)</li> <li>▫ oblicza pole <math>n</math> – kąta foremnego o boku <math>a</math> (R)</li> </ul>
Wielokąty foremne i parkietaże	1	Kąty wewnętrzne wielokątów foremnych. Kąty między przekątnymi wielokątów foremnych. Podział płaszczyzny na regularne figury. Parkietaże z wielokątów foremnych.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ uzasadnia własność sumy kątów wpisanych opartych na kątach dopełniających (D)</li> <li>▫ uzasadnia istnienie okręgu wpisanego i opisanego dla trójkąta (D)</li> <li>▫ uzasadnia przecinanie się wysokości trójkąta w jednym punkcie (D)</li> <li>▫ uzasadnia związek pomiędzy promieniem okręgu opisanego a promieniem okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny (D)</li> <li>▫ uzasadnia wzór na promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

*Uwaga: koniec treści przewidzianych do realizacji w klasie drugiej.*

## **X. KOMBINATORYKA, PRAWDOPODOBIENSTWO I STATYSTYKA.**

Permutacje	2	Pojęcie permutacji z zastosowaniem reguły mnożenia. Obliczanie ilości permutacji w danym doświadczeniu losowym. Reguła mnożenia.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje przykłady permutacji skończonego zbioru elementów (K)</li> <li>▫ podaje przykłady kombinacji skończonego zbioru elementów (K)</li> <li>▫ podaje przykłady wariacji skończonego zbioru elementów (K)</li> <li>▫ stosuje regułę mnożenia i dodawania w prostych sytuacjach (K)</li> <li>▫ oblicza ilość permutacji skończonego zbioru elementów (P)</li> <li>▫ oblicza ilość kombinacji skończonego zbioru elementów (P)</li> <li>▫ oblicza ilość wariacji skończonego zbioru elementów (P)</li> <li>▫ rozwiązuje typowe zadania kombinatoryczne (P)</li> <li>▫ rozpoznaje w przykładach kombinację, permutację i wariację (R)</li> <li>▫ stosuje kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania kombinatoryczne (D)</li> </ul>
Temat z wariacjami, czyli dalsze zastosowanie reguły mnożenia	2	Pojęcia wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem reguły mnożenia.	
Kombinacje.	1	Pojęcie kombinacji. Obliczanie ilości kombinacji w typowych przykładach.	
Powtórzenie wiadomości z kombinatoryki	1	Powtórzenie i utrwalenie wiadomości o permutacjach, wariacjach i kombinacjach. Zwrócenie uwagi na podobieństwa i różnice. Rozwiązywanie zadań różnych typów.	
Prawdopodobieństwo i jego własności	2	Pojęcia: zdarzenia elementarne, zdarzenia sprzyjające, przestrzeń zdarzeń, zdarzenie pewne, niemożliwe i przeciwne. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Podstawowe własności. Wzór na prawdopodobieństwo sumy.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ podaje przykłady eksperymentów losowych (K)</li> <li>▫ odczytuje diagramy ilustrujące wyniki eksperymentu losowego (K)</li> <li>▫ wskazuje zdarzenia elementarne w konkretnych doświadczeniach (K)</li> <li>▫ wskazuje etapy doświadczenia wieloetapowego (K)</li> <li>▫ oblicza liczbę zdarzeń elementarnych dla konkretnych doświadczeń (K)</li> <li>▫ rozróżnia zdarzenia pewne i niemożliwe oraz zdarzenia wykluczające się (K)</li> <li>▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych przy wykorzystaniu klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K)</li> </ul>
Doświadczenia wieloetapowe	2	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach wieloetapowych. Dalsze wykorzystanie podstawowych własności i wzoru na prawdopodobieństwo sumy.	
Same sukcesy – same porażki	1	Obliczanie prawdopodobieństwa otrzymania samych sukcesów lub samych porażek w doświadczeniu	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ porządkuje wyniki eksperymentu losowego (P)</li> <li>▫ oblicza częstość doświadczalną wyniku eksperymentu losowego (P)</li> <li>▫ podaje przykłady zdarzeń losowych danego doświadczenia (P)</li> </ul>

		wieloetapowym.	
Metoda drzew	2	Sposób rysowania drzew stochastycznych. Obliczanie prawdopodobieństwa przy wykorzystaniu drzew.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wykonuje działania na zdarzeniach (P)</li> <li>▫ ustala liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (P)</li> <li>▫ opisuje zdarzenie przeciwne do danego i ustala liczbę jego elementów (P)</li> <li>▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń (P)</li> <li>▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego (P)</li> <li>▫ podaje przykłady doświadczeń o zdarzeniach elementarnych jednakowo prawdopodobnych oraz doświadczeń, w których zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne (R)</li> <li>▫ oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń za pomocą „drzewa” (R)</li> </ul>
Zadanie o loterii	1	Obliczanie prawdopodobieństwa z wykorzystaniem wzorów na liczbę kombinacji.	
O dużym lotku, liczeniu ryb i kilku innych kwestiach	1	Szacowanie, ile razy wykonano doświadczenie na podstawie podanego prawdopodobieństwa jednego ze zdarzeń.	
Tabele, diagramy i średnie	2	Porządkowanie danych. Sporządzanie diagramów kołowych i słupkowych. Odczytywanie danych z diagramów. Obliczanie średniej arytmetycznej.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ zbiera i porządkuje dane statystyczne (K)</li> <li>▫ odczytuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentu losowego (K)</li> <li>▫ wykonuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentów losowych (K)</li> <li>▫ oblicza średnią arytmetyczną (K)</li> <li>▫ oblicza średnią ważoną, modę oraz medianę dla wyników danego eksperymentu losowego (P)</li> <li>▫ odczyta, zinterpretuje oraz przetworzy dane z tabeli (P)</li> <li>▫ przeprowadzi własne badanie statystyczne, a następnie uporządkuje i przedstawi dane (R)</li> <li>▫ przeprowadza analizę jakościową i ilościową przedstawionych danych (R)</li> <li>▫ interpretuje średnią arytmetyczną, medianę i modę danych statystycznych (R)</li> <li>▫ ustala, która ze średnich najlepiej opisuje centralne tendencje rozkładu wyników danego eksperymentu (D)</li> <li>▫ oblicza wariancję oraz odchylenie standardowe dla wyników eksperymentu losowego (D)</li> <li>▫ porównuje zestawy danych statystycznych wykorzystując średnia arytmetyczną, medianę, modę oraz wariancję i odchylenie standardowe (D)</li> </ul>
Średnia ważona. Mediana i moda	2	Obliczanie średniej ważonej, mediany i mody. Porządkowanie danych. Odczytywanie danych z tabel i wykresów.	
Wariancja i odchylenie standardowe	2	Obliczanie średniej arytmetycznej, wariancji i odchylenia standardowego. Odczytywanie danych z tabel.	
Powtórzenie i utrwalenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

## XI. STEREOMETRIA

Równoległość i prostopadłość	1	Wzajemne położenie płaszczyzn, prostej i płaszczyzny oraz dwóch prostych.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ określa wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (K)</li> <li>▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu odcinki zawarte w prostych równoległych, przecinających się, skośnych (K)</li> <li>▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu ściany zawarte w płaszczyznach równoległych, prostopadłych (K)</li> <li>▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prawidłowego (K)</li> <li>▫ rozróżnia graniastosłupy i ostrosłupy wśród brył (K)</li> <li>▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu jego wierzchołki, krawędzie, ściany (K)</li> <li>▫ rozróżnia graniastosłupy proste i graniastosłupy prawidłowe wśród innych graniastosłupów (K)</li> </ul>
Rodzaje wielościanów	2	Wielościany. Wielościan wypukły. Przekątna wielościanu. Graniastosłupy. Graniastosłup prosty i pochyły. Podstawy, ściany boczne i wysokość graniastosłupa. Równoległościan. Ostrosłup. Podstawa, wierzchołki, Ściany boczne, wysokość i spodek wysokości ostrosłupa. Graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe. Czworoscian foremny. Siatki i rzuty wielościanów. Ilość ścian, krawędzi i wierzchołków podstawowych graniastosłupów	

		i ostrosłupów.	
Pole powierzchni i objętość wielościanu	2	Obliczanie pól figur płaskich. Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozróżnia ostrosłupy prawidłowe wśród innych ostrosłupów (K)</li> <li>▫ rysuje siatkę graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego (K)</li> <li>▫ rozróżnia na rysunku proste leżące w jednej płaszczyźnie oraz takie, które nie leżą w jednej płaszczyźnie (P)</li> <li>▫ oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów przy różnych danych (P)</li> <li>▫ wskazuje na modelu i zaznacza na rysunku kąty nachylenia krawędzi i przekątnych wielościanów do ścian (P)</li> <li>▫ rysuje graniastosłupy i ostrosłupy w rzucie równoległym (P)</li> <li>▫ oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa prawidłowego (P)</li> <li>▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów (P)</li> <li>▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących graniastosłupów i ostrosłupów (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P)</li> <li>▫ wskazuje na modelu i na rysunku wielościanu jego przekroje (R)</li> <li>▫ wyznacza związki miarowe w graniastosłupach i ostrosłupach, wykorzystując trygonometrię (R)</li> <li>▫ rysuje rzuty brył wpisanych w bryłę (D)</li> <li>▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D)</li> </ul>
Walec	1	Definicja walca. Przekrój poprzeczny i osiowy. Obliczanie pola powierzchni całkowitej i objętości walca.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ rozróżnia walce, stożki i kule wśród innych brył (K)</li> <li>▫ opisuje własności walca, stożka i kuli (K)</li> <li>▫ kreśli siatkę walca i stożka (K)</li> <li>▫ oblicza pole powierzchni i objętość walca, stożka i kuli (K)</li> <li>▫ rysuje bryły obrotowe w rzucie równoległym (P)</li> <li>▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących brył obrotowych (P)</li> <li>▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P)</li> <li>▫ oblicza pole wycinka koła oraz długość łuku (P)</li> <li>▫ rysuje przekroje osiowe walca i stożka (R)</li> <li>▫ wykorzystuje trygonometrię do wyznaczania związków miarowych w bryłach obrotowych (R)</li> <li>▫ wyznacza kąt mając dane pole wycinka lub długość łuku (R)</li> <li>▫ rysuje rzuty brył wpisanych w bryłę (D)</li> <li>▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D)</li> <li>▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D)</li> <li>▫ bada własności, rysuje rzutu równoległe oraz oblicza pola powierzchni i objętości brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (D)</li> </ul>
Interludium: długość łuku i pole wycinka koła	1	Zależność między polem wycinka koła, a długością łuku.	
Stożek	1	Definicja stożka. Tworząca i pobocznica. Obliczanie pola powierzchni i objętości stożka.	
Kula	1	Definicja kuli. Koło wielkie. Sfera. Objętość i pole powierzchni kuli.	
Kąty między prostymi	1	Kąty między prostymi w bryłach.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wskazuje kąty dwuściennie i ich kąty liniowe na modelu wielościanu (K)</li> <li>▫ wskazuje kąt nachylenia prostej do płaszczyzny na modelach brył (K)</li> <li>▫ zaznacza na rysunku kąty liniowe kątów dwuściennych (P)</li> <li>▫ wyznaczy kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i przedstawi go na rysunku</li> </ul>
Rzut prostokątny i kąt pomiędzy prostą i płaszczyzną	1	Rzut prostokątny. Kąt między prostą a płaszczyzną.	
Kąt dwuścienny	1	Zaznaczanie kątów dwuściennych w znanych bryłach. Obliczanie miar kątów dwuściennych.	

Kilka zadań o dachach	1	Obliczanie kątów w bryłach.	bryły (P) <ul style="list-style-type: none"> <li>▫ wyznacza kąt liniowy kątów dwuściennych (R)</li> <li>▫ wyznacza kąt dwuścienny między ścianami ostrosłupa (D)</li> </ul>
Powtórzenie wiadomości ze stereometrii. Praca klasowa i poprawa.	3		