PLAN WYNIKOWY Z MATEMATYKI
DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO,
LICEUM PROFILOWANEGO I TECHNIKUM 4 – LETNIEGO
(Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym z obowiązkową maturą z matematyki)

I. LICZBY RZECZYWISTE I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Temat	Ilość godzin	Cele	Opis wymagań
Podstawowe wiadomości o zbiorach.	1	Określenia zbioru – przykłady różnych zbiorów. Elementy zbioru, zbiory skończone i nieskończone – przykłady zbiorów liczbowych i nieliczbowych. Wskazywanie elementów określonego zbioru. Określanie podzbiorów danego zbioru. Określanie liczebności zbiorów skończonych. Określenie *zbiór pusty*. Używanie sformułowania *nieskończenie wiele* dla określenia liczebności nieskończonych zbiorów liczb, punktów i innych obiektów matematycznych.	Uczeń: ▫ zna pojęcia: podzbiór, zbiór pusty, zbiory rozłączne, iloczyn, suma i różnica zbiorów (K) ▫ zna symboliczny zapis zawierania się zbiorów i działań na zbiorach (K) ▫ podaje przykłady elementów danego zbioru (K) ▫ określa zbiory na podstawie reguły słownej (K) ▫ wyznacza podzbiory danego zbioru (K) ▫ podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych o określonych własnościach (K) ▫ graficznie przedstawia zawieranie się zbiorów oraz sumę, różnicę i iloczyn zbiorów (K) ▫ używa symboli w zakresie działań na zbiorach (P) ▫ wyznacza sumę i iloczyn dwóch zbiorów (P) ▫ podaje przykłady zbiorów spełniających określone warunki (R) ▫ wyznacza różnicę dwóch zbiorów (R) ▫ przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach (R – D) ▫ uzasadnia zawieranie się zbiorów oraz wykazuje, że dany zbiór jest pusty (D) ▫ analizuje i przewiduje wyniki przy rozwiązywaniu zadań o nietypowych problemach (W)
Działania na zbiorach	2	Iloczyn, suma i różnica zbiorów. Pojęcie zbiorów rozłącznych. Porównywanie zbiorów – zawieranie się zbiorów, zbiór pusty.	
Test.	1	Sprawdzenie wiadomości z gimnazjum.	
Działania na liczbach wymiernych.	2	Przypomnienie podstawowych zbiorów liczbowych i wprowadzenie oznaczeń: **N, C, W.** Przykłady liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych spełniających określone warunki. Przedstawienie liczby wymiernej w postaci ułamka zwykłego lub dziesiętnego. Zaznaczanie liczb wymiernych na osi liczbowej. Wykonalność czterech działań w zbiorze liczb wymiernych. Informacja, że zbiory liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych są nieskończone. Liczby przeciwne i odwrotne. Własności ułamków zwykłych. Działania na ułamkach zwykłych.	Uczeń: ▫ wymienia przykłady liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych (K) ▫ podaje przykłady liczb parzystych i nieparzystych (K) ▫ odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu (K) ▫ wykonuje działania na liczbach całkowitych (K) ▫ zapisuje liczbę wymierną w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub ułamka nieskończonego okresowego (K) ▫ wykonuje dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych o tych samych mianownikach (K) ▫ skraca i rozszerza ułamki zwykłe (K) ▫ mnoży ułamki zwykłe (K) ▫ dodaje, odejmuje ułamki zwykłe o różnych mianownikach (P) ▫ dzieli ułamki zwykłe (P)
Rozwinięcie dziesiętne liczb rzeczywistych.	1	Zapis ułamka dziesiętnego. Działania na ułamkach dziesiętnych. Przypomnienie rodzajów rozwinięć	

		dziesiętnych: okresowe i nieokresowe, skończone i nieskończone. Zamiana ułamka zwykłego na okresowy. Zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły. Rozwinięcie dziesiętne znanych liczb niewymiernych: $\sqrt{2}$,π, itp.	▫ stosuje odpowiednią kolejność wykonywania działań w rachunku arytmetycznym (K) ▫ zamienia ułamki zwykłe na dziesiętne i odwrotnie przy wykonywaniu działań (K) ▫ porównuje liczby wymierne (P) ▫ rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem działań na liczbach (P) ▫ zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne (P) ▫ stosuje własności działań na liczbach wymiernych (P) ▫ zapisuje liczby w różnej postaci (R) ▫ podaje przykłady liczb wymiernych spełniających określone warunki (R) ▫ zamienia ułamek okresowy na zwykły i wyznacza długość okresu (R) ▫ wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (D) ▫ rozpoznaje liczby wymierne o skończonym i nieskończonym rozwinięciu dziesiętnym (D)
Liczby niewymierne.	1	Definicja liczby niewymiernej. Wykonywanie działań na liczbach postaci $a+b\sqrt{c}$. Zaznaczanie liczb niewymiernych na osi.	Uczeń: ▫ podaje przykłady liczb niewymiernych (K) ▫ dodaje i odejmuje liczby postaci $a+b\sqrt{c}$ (K) ▫ wybiera ze zbioru liczb liczby niewymierne (K) ▫ konstruuje odcinki o długościach niewymiernych (P) ▫ mnoży liczby postaci $a+b\sqrt{c}$ (P) ▫ dzieli liczby postaci $a+b\sqrt{c}$ (R) ▫ oblicza wartości bardziej złożonych wyrażeń zawierających liczby niewymierne (R) ▫ podaje przykłady liczb niewymiernych spełniających określone warunki (R) ▫ wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie musi być liczbą niewymierną (R – D) ▫ zaznacza na osi liczbowej daną liczbę niewymierną (D) ▫ dowodzi niewymierność liczb (W)
Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory.	1	Liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne. Zależności między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych.	Uczeń: ▫ określa podzbiory zbioru liczb rzeczywistych (K) ▫ wymienia przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, rzeczywistych (K) ▫ wybiera z podanego zbioru liczb liczby naturalne, całkowite, wymierne i niewymierne (K) ▫ podaje zależności między zbiorami liczb naturalnych i całkowitych (P) ▫ wybiera z danego zbioru liczby rzeczywiste o określonych własnościach (P) ▫ potrafi przedstawić graficznie zależności między dowolnymi podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych (R) ▫ podaje zależności między dowolnymi podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych (R) ▫ przedstawia symbolicznie najważniejsze zależności w zbiorze liczb rzeczywistych (R) ▫ porównuje liczby rzeczywiste (D)
Potęga o wykładniku całkowitym. Prawa działań na potęgach.	2	Potęga o wykładniku całkowitym dodatnim i ujemnym. Własności działań na potęgach o tej samej podstawie. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg. Własności działań	Uczeń: ▫ podnosi liczbę wymierną do potęgi o wykładniku naturalnym (K) ▫ zapisuje iloczyn tych samych czynników w postaci potęgi (K)

		na potęgach o tym samym wykładniku. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg. Notacja wykładnicza.	▫ mnoży i dzieli potęgi o tej samej podstawie (K) ▫ podnosi potęgę do potęgi (K)
Pierwiastek arytmetyczny stopnia *n*.	3	Definicja pierwiastka n-tego stopnia z liczby nieujemnej. Obliczanie pierwiastków z liczb rzeczywistych. Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka. Włączanie czynnika pod znak pierwiastka. Prawa działań na pierwiastkach. Ćwiczenia w obliczaniu pierwiastków.	▫ podnosi do potęgi liczbę rzeczywistą o wykładniku naturalnym (K) ▫ zapisuje liczby w postaci iloczynu dowolnej liczby i potęgi liczby 10 (K) ▫ oblicza potęgi liczb całkowitych o wykładniku całkowitym (K) ▫ oblicza proste przykłady pierwiastków kwadratowych i sześciennych (K) ▫ oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby rzeczywistej (K) ▫ oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej (K)
Usuwanie niewymierności z mianownika	1	Zapoznanie z przykładami zapisu wyrażeń, w których występuje niewymierność w mianowniku. Przedstawienie powodów, dla których usuwamy niewymierność z mianownika. Ćwiczenia w usuwaniu niewymierności z mianownika.	▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń zawierających pierwiastki (K) ▫ włącza czynnik pod znak pierwiastka (K) ▫ zapisuje liczby w postaci potęg (P) ▫ zamienia pierwiastki na potęgi o wykładniku wymiernym (P) ▫ zamienia potęgi o wykładniku wymiernym na pierwiastki (P)
Potęga o wykładniku wymiernym.	2	Określenie, dla liczby nieujemnej, potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ jako pierwiastka n-tego stopnia. Określenie, dla liczby nieujemnej, potęgi o wykładniku $\frac{m}{n}$ jako pierwiastka n-tego stopnia z liczby podniesionej do potęgi m. Potęga o dowolnym wykładniku wymiernym. Ćwiczenia w obliczaniu potęg o wykładniku wymiernym.	▫ oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny z liczby wymiernej (P) ▫ oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z zastosowaniem pierwiastków i kolejności działań (P) ▫ wyłącza czynnik przed znak pierwiastka (P) ▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń, w których występują pierwiastki (P) ▫ szacuje wartości pierwiastków kwadratowych (P) ▫ podnosi liczby wymierne i rzeczywiste do potęgi o wykładniku całkowitym (P) ▫ stosuje w obliczeniach twierdzenia o potęgach o wykładniku całkowitym (P) ▫ podnosi do potęgi iloczyn i iloraz liczb (P) ▫ stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń (P) ▫ mnoży liczby zapisane w postaci iloczynu dowolnej liczby i potęgi liczby 10 (P) ▫ usuwa niewymierność z mianownika w przykładach typu $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (P) ▫ usuwa niewymierność z mianownika w przykładach typu $\frac{4}{\sqrt{3}+1}$ (R) ▫ usuwa niewymierność z mianownika, wykorzystując prawa działań na pierwiastkach (R) ▫ oblicza pierwiastki wyższych stopni (R) ▫ przekształca wyrażenia zawierające pierwiastki do najprostszej postaci (R) ▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających pierwiastki (R) ▫ przekształca wyrażenia zawierające potęgi do najprostszej postaci (R) ▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających potęgi o wykładniku całkowitym (R) ▫ wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym (R) ▫ stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych (R) ▫ porównuje liczby zapisane w postaci iloczynu dowolnej liczby i potęgi liczby 10 (D) ▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających potęgi, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D) ▫ rozwiązuje proste równania, w których niewiadoma występuje w wykładniku (D) ▫ uzasadnia twierdzenia o potęgach (D)

			▫ uzasadnia twierdzenia o pierwiastkach (D) ▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D) ▫ usuwa niewymierność z mianownika ułamków różnych typów (D) ▫ rozwiązuje trudniejsze zadania zawierające działania na potęgach o wykładniku wymiernym (D)
Logarytm. Własności logarytmu.	2	Definicja logarytmu. Logarytm iloczynu. Logarytm ilorazu. Logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.	Uczeń: ▫ zna definicje logarytmu (K) ▫ oblicza z definicji wartość logarytmu (K) ▫ stosuje logarytm iloczynu oraz logarytm ilorazu do przekształcania wyrażeń (P) ▫ oblicza logarytmy dziesiętne (P) ▫ stosuje logarytm potęgi o wykładniku naturalnym do przekształcania wyrażeń (R) ▫ oblicza logarytmy z liczb, które zapisane są w rozbudowanej postaci (R) ▫ dowodzi równości zawierające logarytm (D)
Powtórzenie wiadomości. Sprawdzian i jego poprawa.	3		
Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.	1	Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie; osie i ćwiartki układu współrzędnych; współrzędne punktów. Umieszczenie liczb na osi liczbowej.	Uczeń: ▫ stosuje układ współrzędnych do określania położenia punktów – zaznacza punkty i odczytuje ich współrzędne (K) ▫ zaznacza na osi liczbowej podane punkty (K) ▫ rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony (K) ▫ zaznacza położenie przedziałów liczbowych o określonych własnościach na osi liczbowej (K) ▫ zaznacza przedział na osi liczbowej podany za pomocą podwójnej nierówności (K) ▫ zaznacza podane przedziały na osi liczbowej (K) ▫ zapisuje podane przedziały liczbowe za pomocą nierówności i odwrotnie (K) ▫ odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej (P) ▫ stosuje określenie przedziału liczbowego (P) ▫ wykonuje działania na przedziałach liczbowych (P) ▫ wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki (P – R) ▫ zapisuje przedziały liczbowe za pomocą nierówności z zastosowaniem wartości bezwzględnej (R) ▫ wykonuje trudniejsze działania na przedziałach liczbowych (R) ▫ podaje przykłady przedziałów liczbowych spełniających określony warunek (R) ▫ zaznacza w układzie współrzędnych podane zbiory punktów (D)
Przedziały liczbowe. Działania na przedziałach.	2	Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej, ich symboliczny zapis oraz interpretacja geometryczna na osi liczbowej. Zaznaczanie na osi liczbowej zbiorów o zadanych własnościach. Wykonywanie działań na przedziałach liczbowych. Obliczanie sumy, iloczynu i różnicy przedziałów. Interpretacja geometryczna działań na przedziałach liczbowych.	
Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej.	1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Definicja wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej. Obliczanie wartości bezwzględnej liczb oraz prostych wyrażeń algebraicznych. Odległość punktów na osi liczbowej.	Uczeń: ▫ oblicza wartość bezwzględną danej liczby (K) ▫ stosuje podstawowe własności wartości bezwzględne (K) ▫ upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną (P) ▫ rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, równania typu $\|x\|=a$ (P) ▫ rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, nierówności typu $\|x\|>a$ (R) ▫ korzystając z własności wartości bezwzględnej rozwiązuje równania typu $\|x+b\|=a$ (R)
Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej liczby i jej własności.	2	Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej. Zapisywanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną.	

			▫ korzystając z własności wartości bezwzględnej rozwiązuje nierówności typu $\|x+b\|<a$ (D) ▫ korzystając z własności wartości bezwzględnej upraszcza prostsze (R) i trudniejsze (D) wyrażenia z wartością bezwzględną
Podstawowe obliczenia procentowe.	1	Zamiana ułamka na procenty. Zamiana procentów na ułamki. Obliczanie procentu z danej liczby. Obliczanie liczby na podstawie jej procentu. Obliczanie jakim procentem danej liczby jest druga liczba. Rozwiązywanie zadań praktycznych z zastosowaniem pojęcia procentu.	Uczeń: ▫ stosuje pojęcie procentu (K) ▫ zamienia ułamek na procent i odwrotnie (K) ▫ oblicza procent z danej liczby (K) ▫ oblicza liczbę z danego jej procentu oraz jakim procentem jednej liczby jest druga liczba (P) ▫ odróżnia zmiany procentowe wyrażone w procentach od zmian wyrażonych w punktach procentowych (P) ▫ oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba w trudniejszych przypadkach (R) ▫ wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych (R) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące procentowych porównań i zmian procentowych (D) ▫ odczytuje informacje dane za pomocą diagramów procentowych (P) ▫ rozwiązuje zadania z zastosowaniem obliczeń procentowych (P) ▫ oblicza wysokość rat i odsetek od kredytu o określonej wysokości i stałym oprocentowaniu w ciągu roku (K) ▫ oblicza, jaki procent kredytu przy stałym oprocentowaniu stanowią odsetki (K) ▫ oblicza wartość spłaconego kredytu, tj. wysokość rat kredytowych + odsetek, gdy dany jest okres spłaty i roczna stopa procentowa (P) ▫ oblicza jaki procent kredytu stanowią spłacone odsetki (P) ▫ znajduje wysokość wzrostu kwoty kredytu z odsetkami przy danym oprocentowaniu w określonym czasie (P) ▫ potrafi oszacować wzrost procentowy w danym czasie przy danym procentowym wzroście rocznym (P) ▫ potrafi oszacować spadek procentowy w danym czasie przy danym procentowym spadku rocznym (P) ▫ oblicza na podstawie podanego wzoru wysokość miesięcznych rat kredytu przy danej liczbie rat i danym oprocentowaniu (R) ▫ wyznacza stopę procentową odsetek od lokaty, znając wartość początkową i końcową lokaty (R) ▫ wybiera najkorzystniejszą z lokat oferowanych przez banki w danym czasie (R) ▫ wykonuje obliczenia dotyczące kapitalizacji wkładu początkowego na podstawie ogólnego wzoru (D) ▫ określa łączny kapitał przy systematycznym oszczędzaniu i stałym rocznym oprocentowaniu (D) ▫ wyznacza efektywną stopę kredytu przy różnych okresach kapitalizacji odsetek (D) ▫ oblicza wartość efektywnej rocznej stopy procentowej przy danym oprocentowaniu nominalnym i określonej kapitalizacji odsetek (D
Punkty procentowe	1	Informacja o tym, jak procenty służą do porównywania – przykłady sytuacji praktycznych. Przyrost procentowy. Różnice między przyrostem bezwzględnym a przyrostem procentowym. Odróżnianie zmian procentowych wyrażonych w procentach i w punktach procentowych. Rozwiązywanie zadań praktycznych dotyczących porównań procentowych i zmian procentowych.	
Procent składany.	1	Przedstawienie na przykładach pojęcia procentu składanego. Podanie ogólnego wzoru na kapitał końcowy przy stałej stopie procentowej, określonym kapitale początkowym i liczbie lat oszczędzania. Wprowadzenie podstawowych pojęć ekonomicznych: kapitał, lokaty, oszczędności, raty, kredyty, kapitalizacja odsetek, stopa procentowa.	
Zastosowanie procentów do obliczeń bankowych.	2	Rozwiązywanie zadań praktycznych dotyczących kredytów, lokat, systematycznego oszczędzania. Rozwiązywanie zadań o tematyce ekonomicznej - obliczanie oprocentowania lokat i kredytów. Zadania praktyczne.	

Przybliżenia, błędy przybliżeń, szacownie wartości.	1	Pojęcie przybliżenia z nadmiarem i z niedomiarem. Zaokrąglanie liczby rzeczywistej. Pojęcie szacowania. Pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w przybliżeniu. Błąd procentowy szacowania. Rzetelność szacowania, czyli określenie dopuszczalnego błędu. Pojęcie dokładności pomiaru danej wielkości.	Uczeń: ▫ podaje przybliżenie z nadmiarem liczby rzeczywistej (K) ▫ podaje przybliżenie z niedomiarem liczby rzeczywistej (K) ▫ oblicza błąd bezwzględny przybliżenia (K) ▫ stosuje regułę zaokrąglania podając zaokrąglenie liczby rzeczywistej (K) ▫ oblicza błąd względny przybliżenia (P) ▫ oblicza błąd procentowy przybliżenia (R) ▫ odróżnia przyrost bezwzględny od przyrostu procentowego (P) ▫ rozróżnia i porównuje wartości dokładne liczb z ich przybliżeniami (P) ▫ podaje wyniki przybliżone z zadaną dokładnością (P) ▫ określa procentowe różnice szacowań i wyników (D) ▫ porównuje szacowania pomiarów z wynikami dokładnymi (D) ▫ stosuje pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w szacowaniu wyników (D)
Wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych.	2	Wyrażenia algebraiczne. Działania na wyrażeniach algebraicznych. Wzory skróconego mnożenia w tym $(a\pm b)^2$.	Uczeń: ▫ dodaje, odejmuje i mnoży wyrażenia algebraiczne (K – P) ▫ redukuje wyrazy podobne (K – P) ▫ stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów (K) ▫ przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia (P – R) ▫ wyłącza wspólne czynniki poza nawias (P – R) ▫ stosować wzory skróconego mnożenia: sześcian sumy i różnicy (R – D) ▫ wyprowadza wzory skróconego mnożenia (D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

II. FUNKCJE

Podstawowe widomości o funkcji.	2	Przykłady zależności i przyporządkowań, jednoznaczność zależności i przyporządkowań. Dziedzina, argumenty, przeciwdziedzina, wartości funkcji. Sposoby opisywania funkcji. Wykres funkcji. Odczytywanie wartości funkcji z wykresu, określanie zbioru wartości, odczytywanie argumentu dla danej wartości. Badanie, czy punkt leży na wykresie bez wykonywania wykresu. Badanie, czy dana krzywa jest wykresem funkcji. Miejsca zerowe, liczba miejsc zerowych.	Uczeń: ▫ podaje określenie funkcji i objaśnia je na przykładach (K) ▫ rozstrzyga, czy dane przyporządkowanie jest funkcją (K) ▫ określa, dla funkcji danej grafem i tabelką: dziedzinę, wartość dla danego argumentu, argumenty dla danych wartości, zbiór wartości (K) ▫ odczytuje z wykresu: wartość funkcji w punkcie, argument dla danej wartości, dziedzinę i zbiór wartości (K) ▫ sprawdza, czy dany punkt leży na wykresie funkcji bez wykonywania wykresu (K) ▫ odczytuje z wykresu miejsce zerowe funkcji (K) ▫ określa monotoniczność funkcji lub podaje przedziały monotoniczności na podstawie wykresu (K) ▫ określa na podstawie danych wykresów dziedzinę funkcji, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, miejsca zerowe i rodzaj monotoniczności funkcji (K) ▫ odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K) ▫ rozstrzyga, czy dana krzywa jest wykresem funkcji (P) ▫ sporządza wykres funkcji za pomocą tabelki (P) ▫ podaje określenie miejsca zerowego i objaśnia je na przykładach (P)
Najmniejsza i największa wartość funkcji w dziedzinie i w przedziale domkniętym.	1	Definicja wartości największej i wartości najmniejszej funkcji. Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej w dziedzinie funkcji. Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej w przedziale domkniętym.	
Monotoniczność funkcji.	1	Funkcje rosnące i malejące, funkcja stała. Monotoniczność i przedziały monotoniczności.	
Opisywanie różnych zależności	1	Oś czasu, funkcje czasu, wykresy temperatur,	

z pomocą funkcji.		prędkości, indeksów giełdowych, populacji zwierząt i plonów, itp. Interpretacja miejsc zerowych i monotoniczność wyżej wymienionych funkcji.	▫ oblicza miejsca zerowe funkcji (P) ▫ objaśnia na przykładach określenie funkcji rosnącej i malejącej (P) ▫ analizuje proste wykresy z życia codziennego podając: dziedzinę, zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (P) ▫ wyszukuje wśród danych wykresów takie, które spełniają z góry zadane własności (P) ▫ sporządza wykresy funkcji bez pomocy tabelki (P) ▫ wyznacza przedziały, dla których wartości funkcji są mniejsze (większe) od danej wartości (P) ▫ wyznacza dziedzinę funkcji opisanej wzorem (P) ▫ wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem (R) ▫ określa, dla danej reguły, funkcje w różnej postaci: wzoru, grafu, tabeli, wykresu (R) ▫ stosuje różne zapisy wzoru funkcji: y=..., f(x)=..., g: x $\rightarrow$ ... (R) ▫ objaśnia pojęcie wykresu (R) ▫ rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności (R) ▫ analizuje złożone wykresy z życia codziennego, podając: dziedzinę i zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (R) ▫ wyszukuje wśród funkcji danych wzorem funkcje spełniające określone własności (R) ▫ rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ oraz $y = f(x - p)$ (R) ▫ odczytuje z wykresu punkty przecięcia wykresów dwóch funkcji (R) ▫ określa na podstawie wykresu rodzaj przekształcenia wykresu funkcji (R) ▫ określa na podstawie wzoru rodzaj przekształcenia wykresu funkcji (D) ▫ objaśnia na przykładach różnicę między zbiorem wartości a przeciwdziedzina (D) ▫ rysuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ (D) ▫ podaje przykład funkcji mającej nieskończenie wiele miejsc zerowych (D) ▫ objaśnia na przykładach, np.: $y = \frac{1}{x}$, że funkcja, która maleje (rośnie) na wszystkich przedziałach określoności, nie musi być malejąca (rosnąca) w całej dziedzinie (D) ▫ uzasadnia brak zależności między monotonicznością funkcji a istnieniem miejsc zerowych (D) ▫ wyciąga wnioski o przebiegu zjawiska na podstawie wykresów kilku cech ilustrujących to zjawisko (D) ▫ określa wzór dla różnych sytuacji z życia codziennego (D) ▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego wykorzystujące funkcje (D)
Odczytywanie z wykresu własności funkcji.	2	Dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, wyznaczanie z wykresu przedziałów, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne. Odczytywanie argumentów dla danej wartości, wartości najmniejszej i największej oraz przedziałów monotoniczności.	
Przekształcenia wykresu funkcji.	2	Przesunięcie wykresu funkcji wzdłuż osi układu współrzędnych. Odbicie symetryczne względem osi układu współrzędnych.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i jej poprawa.	3		

III.FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.	2	Określanie dla trójkąta prostokątnego funkcji tangens i cotangens kąta ostrego, jako stosunku odpowiednich boków. Rysowanie katów o danym sinusie, cosinusie, tangensie i cotangensie. Zapoznanie z tabelą wartości funkcji trygonometrycznych. Określenie dla trójkąta prostokątnego funkcji sinus i cosinus kata ostrego jako stosunku odpowiednich boków. Związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym.	Uczeń: ▫ rysuje trójkąt prostokątny i nazywa poszczególne boki; potrafi oznaczać długości boków i miary kątów w standardowy sposób (K) ▫ oblicza stosunki długości odpowiednich boków w prostokątnych trójkątach podobnych (K) ▫ określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) ▫ odczytuje z rysunku odpowiednie dane i oblicza sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta (K) ▫ odczytuje z tabeli przybliżone wartości liczbowe funkcji trygonometrycznych danego kąta (K) ▫ odczytuje miary kątów zaznaczonych na rysunku (K) ▫ zaznacza na rysunku kąt o danej mierze (K) ▫ wskazuje punkt, na jaki przechodzi dany punkt przy obrocie o kąt 90°, 180°, 270° (K) ▫ znajduje za pomocą kalkulatora przybliżoną wartość funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (P) ▫ rysuje kąt, gdy dany jest jego tangens lub cotangens (P) ▫ oblicza długości przyprostokątnych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (P) ▫ oblicza długości boków w trójkącie prostokątnym, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta ostrego (P) ▫ rozwiązuje równania typu sinx=a; cosx=a dla katów ostrych (P) ▫ wykorzystuje wiadomości o funkcjach trygonometrycznych do rozwiązywania zadań dotyczących figur geometrycznych (P) ▫ wyznacza w oparciu o własności trójkąta równobocznego oraz trójkąta prostokątnego równoramiennego wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60° i sprawdza wyniki tych obliczeń (P) ▫ zna związki $\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$; $\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$; $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha)$; $\operatorname{ctg}\alpha = g(90^\circ - \alpha)$ (R) ▫ rozwiązuje równania typu tgx=a, ctg=a dla kątów ostrych (R) ▫ wykonuje niezbędne pomiary w celu wyznaczenia przybliżonej wartości tangensa, cotangensa, sinusa i cosinusa danego kąta (R) ▫ porównuje wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla danego kąta (R) ▫ oblicza dokładnie wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla kątów o mierze 30°, 45°, 60° (R) ▫ na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych rozpoznaje kąty 30°, 45°, 60° (R) ▫ ustala związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego (R) ▫ oblicza pole i wysokość trójkąta równobocznego o danym boku (R) ▫ rozwiązuje złożone zadania tekstowe na zastosowanie poznanych własności
Wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 60°, 45°.	1	Obliczenie, w oparciu o twierdzenie Pitagorasa, wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 30°, 45° oraz 60°. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem wartości dokładnych dla powyższych kątów.	
Rozwiązywanie zadań geometrycznych z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego.	2	Praktyczne zastosowanie tangensów i cotangensów do pomiarów odległości i innych obliczeń. Praktyczne zastosowanie sinusów i cosinusów do pomiarów odległości i innych obliczeń.	
Pojęcie kąta zorientowanego.	1	Kąt skierowany. Kąt skierowany dodatnio i ujemnie.	
Podstawowe tożsamości trygonometryczne.	2	Związki miedzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego. Przekształcanie wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne z zastosowaniem tożsamości trygonometrycznych.	
Rozwiązywanie równań typu sinx=a; cosx=a, tgx=a, ctg=a dla kątów ostrych.	1	Rozwiązywanie równań dla kątów ostrych.	

			trójkątów prostokątnych o kątach 30°, 60°, 90° oraz 45°, 45°, 90° (D) ▫ oblicza wartości nietypowych wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (D)
Powtórzenie wiadomości. Sprawdzian i jego poprawa.	3		

IV. FUNKCJA LNIOWA

Funkcja postaci $y = ax,\ x \in R$	1	Definicja funkcji liniowej $y = ax,\ x \in R$. Wykres funkcji liniowej. Położenie wykresu (ćwiartki układu) w zależności od „*a*". Współczynnik kierunkowy. Zależność $a = tg\alpha$, gdzie α – jest kątem nachylenia prostej do osi OX. Punkty szczególne funkcji y = ax.	Uczeń: ▫ sporządza wykres funkcji liniowej na podstawie tabelki (K) ▫ podaje określenie funkcji liniowej i objaśnia je na przykładach (K) ▫ wyjaśnia znaczenie współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego, występujących w ogólnym wzorze funkcji liniowej (K) ▫ odczytuje z wykresu funkcji liniowej: wartość funkcji w punkcie, argument dla danej wartości, dziedzinę i zbiór wartości (K) ▫ sprawdza, czy dany punkt leży na wykresie funkcji liniowej bez wykonywania wykresu (K) ▫ odczytuje z wykresu miejsce zerowe funkcji liniowej (K) ▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wykresu (K) ▫ podaje określenie wielkości wprost proporcjonalnych i objaśnia je na przykładach (K) ▫ odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K) ▫ sporządza wykres funkcji liniowej (K) ▫ wyszukuje wśród danych wykresów takie, które przedstawiają funkcję liniową (K) ▫ oblicza miejsca zerowe funkcji liniowej (P) ▫ wyznacza przedziały, dla których wartości funkcji liniowej są mniejsze (większe) od danej wartości (P) ▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru (P) ▫ na podstawie danej wartości oblicza wartość do niej proporcjonalną (P) ▫ odczytuje z tabelki lub wykresu współczynniki proporcjonalności (P) ▫ określa na podstawie wzory czy opisane zmienne są wprost proporcjonalne (P) ▫ odczytuje z wykresu punkty przecięcia wykresów dwóch funkcji liniowych (P) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w prostych zadaniach geometrycznych i z treścią (P) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej, znając współczynnik kierunkowy i wartość funkcji w jednym punkcie lub znając wartości funkcji w dwóch punktach (P) ▫ oblicza i odczytuje z wykresu argumenty, dla których wartości spełniają określone warunki (P–R) ▫ wyszukuje wśród funkcji liniowych danych wzorem funkcje spełniające określone własności (R) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej, znając wartości funkcji w dwóch punktach (R) ▫ podaje interpretację geometryczną współczynnika kierunkowego prostej (R) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej znając współczynnik kierunkowy i miejsce zerowe (R) ▫ uzasadnia monotoniczność funkcji liniowej (D)
Wielkości wprost proporcjonalne.	1	Zależności wprost proporcjonalne, przykłady wielkości proporcjonalnych, współczynnik proporcjonalności. Funkcja liniowa $y = ax,\ x \in R$ jako wzór proporcjonalności prostej.	
Funkcja postaci $y = ax + b,\ x \in R$	1	Uogólniona definicja funkcji liniowej $y = ax + b,\ x \in R$. Wykres funkcji liniowej. Przesunięcie wykresu funkcji y = ax wzdłuż osi OY o „*b*" jednostek. Punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych. Równoległość dwóch funkcji liniowych. Własności funkcji liniowej. Odczytywanie z wykresu podstawowych własności funkcji liniowej. Szczególny przypadek – funkcja stała. Monotoniczność funkcji liniowej.	
Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji liniowej.	2	Szkicowanie wykresu funkcji liniowej o zadanych własnościach. Wyznaczanie własności funkcji liniowej. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej o podanych własnościach. Zadania tekstowe.	

			▫ uzasadnia proporcjonalność dwóch wielkości na podstawie ich wykresów (D) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w bardziej złożonych zadaniach geometrycznych i zadaniach z treścią (D)
Równania i nierówności liniowe z jedna niewiadomą i ich zastosowanie.	2	Równanie liniowe z jedną niewiadomą. Pierwiastek równania liniowego. Równania równoważne. Zasady przekształcania równań liniowych. Liczba rozwiązań równania liniowego. Definicja nierówności liniowej z jedną niewiadomą. Zasady przekształcania nierówności liniowych z jedną niewiadomą . Interpretacja geometryczna nierówności liniowej z jedną niewiadomą.	Uczeń: ▫ rozwiązuje proste równania liniowe (K) ▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste nierówności liniowe (K) ▫ podaje interpretację geometryczną rozwiązania nierówności (K) ▫ zna metody rozwiązywania układów równań: podstawiania, przeciwnych współczynników (K) ▫ rozwiązuje układy równań pierwszego stopnia metodą podstawiania (K – P) ▫ interpretuje geometrycznie nierówności z jedną niewiadomą (K – P) ▫ zapisuje treści zadań za pomocą równań i nierówności (P) ▫ zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny (P) ▫ zapisuje treści zadań w postaci układów równań (P) ▫ rozwiązuje równania typu $\|ax + b\| = c$ (P) ▫ rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (P – R) ▫ rozwiązuje nierówności postaci $\|ax + b\| > c$, $\|ax + b\| < c$, $\|ax + b\| \geq c$, $\|ax + b\| \leq c$ (P – R) ▫ zaznacza na osi liczbowej zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą (P – R) ▫ zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych na osi liczbowej (P – R) ▫ rozwiązuje układ równań metodą graficzną (P – R) ▫ rozwiązuje bardziej złożone równania liniowe (R) ▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie bardziej złożone nierówności liniowe (R) ▫ tworzy układy równań, mając dane rozwiązania (R) ▫ zapisuje treści zadań za pomocą równań lub nierówności oraz przedstawiać ich rozwiązania (R – D) ▫ rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą układów równań (R – D) ▫ rozwiązuje równania i nierówności, w których wielokrotnie występuje wartość bezwzględna (R – D) ▫ rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do nierówności liniowych (D) ▫ rozwiązuje rozbudowane równania i nierówności z wartością bezwzględną (D) ▫ dobiera równania w układach tak, aby otrzymywać żądane rodzaje układów (D) ▫ wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych (D) ▫ rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności z jedną niewiadomą (D)
Układy nierówności stopnia pierwszego z jedna niewiadomą.	1	Zapis układu nierówności liniowych z jedną niewiadomą (za pomocą klamry lub podwójnej nierówności). Rozwiązywanie takich układów. Interpretacja geometryczna rozwiązań układu.	
Równania i nierówności z wartością bezwzględną.	2	Równania liniowe z wartością bezwzględną typu $\|ax + b\| = c$, a ≠0 i liczba jego rozwiązań. Nierówności liniowe z wartością bezwzględną typu $\|ax + b\| < c$, $\|ax + b\| > c$, $\|ax + b\| \geq c$, $\|ax + b\| \leq c$, a ≠0 i liczba jej rozwiązań.	
Układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.	2	Równanie liniowe z dwoma niewiadomymi i jego ilustracja graficzna. Układ równań liniowych z dwoma niewiadomymi. Metoda podstawiania, przeciwnych współczynników i metoda graficzna rozwiązywania układu równań liniowych z dwoma niewiadomymi.	
Interpretacja graficzna różnych typów układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.	1	Graficzne przedstawienie rozwiązań układu równań liniowych z dwoma niewiadomymi. Układ równań oznaczony (układ równań niezależnych), nieoznaczony (układ równań zależnych) i sprzeczny. Ilustracja geometryczna takich układów.	
Rozwiązywanie zdań z zastosowaniem poznanych układów równań.	2	Zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania układów równań liniowych z dwoma niewiadomymi.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i jej poprawa.	3		

V.FUNKCJA KWADRATOWA

Jednomian kwadratowy, jego wykres i własności.	1	Wykresy funkcji $y = ax^2$, $a \neq 0$, interpretacja współczynnika „a”, współrzędne wierzchołka paraboli, zbiór wartości tej funkcji, wartość największa albo najmniejsza, przedziały monotoniczności, oś symetrii	Uczeń: ▫ podaje przykłady równań kwadratowych w najprostszych przypadkach: $x^2 = a$, $ax^2 + bx = 0$ oraz rozwiązuje w sytuacjach, gdy posiadają pierwiastki

		wykresu funkcji i jej miejsca zerowe.	wymierne (K)
Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego.	1	Przesuwanie wykresu funkcji $y = ax^2$ o p jednostek względem osi 0x (w lewo, w prawo) i q jednostek względem osi 0y (w górę, w dół), wzór funkcji po tych przesunięciach ($y = a(x - p)^2 + q$), własności tej funkcji, sprowadzanie konkretnych trójmianów do postaci kanonicznej metodą uzupełniania do kwadratu.	▫ oblicza wartość wyróżnika dla trójmianów kwadratowych o współczynnikach całkowitych (K) ▫ określa na podstawie znaku wyróżnika liczbę pierwiastków równania kwadratowego (K) ▫ rozwiązuje w pamięci proste równania kwadratowe typu $x^2 = c$ (K) ▫ szkicuje wykresy funkcji kwadratowych postaci $y = ax^2$ oraz $y = ax^2 + c$ (K)
Postać ogólna trójmianu kwadratowego.	1	Definicja trójmianu kwadratowego zapisanego w postaci ogólnej. Funkcje kwadratowe niezupełne. Definicja wyróżnika trójmianu kwadratowego. Przekształcanie funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i na odwrót. Wyprowadzenie wzoru $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$.	▫ odczytuje z wykresu funkcji kwadratowej argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) (K) ▫ bada, czy dany punkt leży na wykresie funkcji kwadratowej (K) ▫ wyznacza miejsca zerowe trójmianu (K) ▫ dopasowuje wzór funkcji kwadratowej do odpowiedniego wykresu (K) ▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli, wartość największą lub najmniejszą oraz zbiór wartości funkcji na podstawie postaci kanonicznej trójmianu (K)
Postać iloczynowa i pierwiastki trójmianu kwadratowego.	2	Wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego. Warunki na istnienie pierwiastków trójmianu kwadratowego. Postać iloczynowa trójmianu kwadratowego. Rozkład trójmianu na czynniki za pomocą wzorów skróconego mnożenia.	▫ sprowadza trójmian do postaci kanonicznej (K) ▫ oblicza argument(y) funkcji kwadratowej, gdy dana jest jej wartość (K) ▫ określa w prostych przypadkach liczbę punktów wspólnych paraboli z prostą i paraboli z parabolą na podstawie wykresu (K) ▫ rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych (K)
Wykresy trójmianu kwadratowego.	1	Sporządzanie wykresu funkcji kwadratowej zapisanej w dowolnej postaci.	▫ rozumie związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego (K)
Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w dziedzinie i w przedziale.	2	Wyznaczanie wartości najmniejszej lub największej funkcji kwadratowej w jej dziedzinie. Wyznaczanie wartości najmniejszej lub największej funkcji kwadratowej w podanym przedziale.	▫ stosuje pojęcie największej i najmniejszej wartości funkcji (K) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe typu $x^2 = a,\ ax^2 + bx = 0$, wykonując najpierw proste przekształcenia (P) ▫ rozwiązuje proste równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (P)
Odczytywanie z wykresu własności trójmianu kwadratowego.	1	Wyznaczanie na podstawie wykresu funkcji kwadratowej: dziedziny, zbioru wartości, miejsc zerowych, wartości największej albo najmniejszej, przedziałów monotoniczności, przedziałów, w których funkcja kwadratowa jest dodatnia lub ujemna.	▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe za pomocą wzorów (P) ▫ rozwiązuje proste zadania z treścią prowadzące do równań kwadratowych (P) ▫ wyznacza zbiór wartości trójmianu (P) ▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli, wartość największą lub najmniejszą oraz zbiór wartości funkcji na podstawie postaci ogólnej trójmianu (P)
Zadania optymalizacyjne związane z funkcja kwadratową.	2	Rozwiązywanie zadań prowadzących do ekstremum funkcji kwadratowej.	▫ wyznacza przedziały monotoniczności na podstawie postaci kanonicznej i postaci ogólnej trójmianu (P)
Rozwiązywanie równań kwadratowych przez rozkład trójmianu kwadratowego na iloczyn.	2	Równania kwadratowe zupełne i niezupełne. Metody rozwiązywania równań kwadratowych niezupełnych. Rozwiązywanie równań kwadratowych zupełnych metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory na pierwiastki funkcji kwadratowej.	▫ wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą (P – R) ▫ rozwiązuje nierówność kwadratową (P – R) ▫ wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale (P – R)
Równanie kwadratowe i równanie sprowadzalne do równań kwadratowych.	2	Rozwiązywanie prostych równań kwadratowych z parametrem. Rozwiązywanie równań sprowadzalnych do równań kwadratowych. Równania dwukwadratowe.	▫ wyznacza punkty przecięcia się dwóch parabol (R) ▫ dobiera odpowiednie współczynniki do równań kwadratowych tak, aby równania te miały dany pierwiastek (R)
Nierówności kwadratowe.	2	Definicja nierówności kwadratowej. Szkic paraboli z uwzględnieniem znaku „*a*” i ewentualnych pierwiastków. Odczytywanie rozwiązań nierówności kwadratowych na	▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach całkowitych do pełnego kwadratu (R) ▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (R)

		podstawie szkicu odpowiedniej paraboli.	▫ układa równania kwadratowe mając dane pierwiastki (R) ▫ uzasadnia sposób wyznaczania dziedziny funkcji wymiernej o mianowniku będącym funkcją kwadratową i wyznacza tę dziedzinę (R) ▫ sprowadza trójmiany kwadratowe do postaci kanonicznej poprzez uzupełnianie do kwadratu (R) ▫ wyznacza równanie paraboli, spełniające dane warunki (R) ▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dany jest jej wierzchołek i jeden punkt leżący na niej (R) ▫ bada monotoniczność funkcji kwadratowej w przedziale w oparciu o postać ogólną i wykres tej funkcji (R) ▫ rozpoznaje na podstawie wzoru trójmianu rodzaj przekształcenia, jakiemu został poddany wyjściowy jednomian kwadratowy (R) ▫ wyszukuje wśród wzorów funkcji kwadratowych wzory tych funkcji, które przyjmują tylko wartości dodatnie (ujemne) (R) ▫ wyznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań kilku nierówności kwadratowych (R – D) ▫ stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (R – D) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe mające pierwiastki niewymierne, podając je z zadaną dokładnością (D) ▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach wymiernych do pełnego kwadratu (D) ▫ dobiera odpowiednie wartości parametru w równaniu kwadratowym tak, aby równanie to miało dokładnie jeden pierwiastek (D) ▫ wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego przy ustalonym współczynniku (D) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną (D) ▫ rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych (D) ▫ wyznacza punkt wspólny rodziny parabol (D) ▫ bada monotoniczność trójmianu w przedziale w oparciu o postać kanoniczną tej funkcji (D) ▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie symetrycznie położonych punktów wykresu (D) ▫ rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące zastosowań funkcji kwadratowej w geometrii, ekonomii i fizyce (D) ▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dane są trzy różne punkty leżące na niej (D) ▫ rozwiązuje zadania dotyczące modelowania zjawisk z otaczającej rzeczywistości (D)
Układy równań, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego.	2	Rozwiązywanie układów równań, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego metodą algebraiczną oraz metodą graficzną.	
Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych.	2	Zastosowanie równań i nierówności kwadratowych do rozwiązywania zadań tekstowych.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

Uwaga: koniec treści nauczania przewidzianych na klasę pierwszą.

VI. WIELOMIANY

Wielomian stopnia *n*.	1	Wielomian zmiennej x stopnia n. Współczynniki wielomianu. Wyrazy wielomianu. Wyraz wolny. Równość wielomianów.	Uczeń: ▫ wskazuje wielomiany wśród różnych funkcji (K) ▫ wyznacza kolejne współczynniki wielomianu (K) ▫ wyznacza brakujący współczynnik wielomianu, mając daną wartość wielomianu dla danego argumentu (K) ▫ oblicza wartość wielomianu dla argumentów liczbowych i literowych (K) ▫ wskazuje wśród liczb te, które są pierwiastkami danego wielomianu (K) ▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów (K) ▫ porządkuje wielomiany (K) ▫ zna wzory sześcienne skróconego mnożenia (K) ▫ rozkłada wielomiany na czynniki, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia, wyłączając wspólny czynnik przed nawias oraz grupując wyrazy (K) ▫ wyznacza pierwiastki wielomianu zapisanego w postaci iloczynowej (K) ▫ wyznacza współczynniki wielomianów równych (P) ▫ stosuje zory sześcienne skróconego mnożenia do potęgowania wyrażeń (P) ▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie i mnożenie kilku wielomianów (P) ▫ podaje przykłady wielomianów o danych pierwiastkach (P) ▫ wyznacza współczynniki wielomianu, mając dany czynnik występujący w rozkładzie tego wielomianu (P) ▫ rozwiązuje równania wielomianowe zapisane w postaci iloczynowej (P) ▫ zapisuje w postaci wielomianu iloczyn kilku dwumianów różnych stopni (R) ▫ wyznacza stopień wielomianu będącego wynikiem różnych działań na dwóch wielomianach o danych stopniach (R) ▫ podaje przykłady wielomianów możliwie najniższego stopnia o danych pierwiastkach (R) ▫ rozwiązuje nierówności wielomianowe dla wielomianów danych po obu stronach znaku nierówności w postaci iloczynowej (R) ▫ podaje przykład wielomianu o danych pierwiastkach wymiernych i niewymiernych (R) ▫ przekształca wyrażenia stosując wzory sześcienne skróconego mnożenia (R) ▫ wyznacza brakujące współczynniki wielomianu, mając dane wartości wielomianu dla dwóch różnych argumentów (D) ▫ rozkłada na czynniki wielomian, stosując podstawienie (D) ▫ wskazuje wśród danych równań wielomianowych te, które nie mają pierwiastków ujemnych (D) ▫ przekształca i rozwiązuje równania wielomianowe stosując wzory sześcienne skróconego mnożenia (D) ▫ rozwiązuje równania wielomianowe przez rozkład wielomianu na czynniki (D) ▫ rozwiązuje nierówności wielomianowe przez rozkład wielomianu na czynniki (D) ▫ znajduje pierwiastki danych wielomianów i ustala ich krotności (D)
Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.	2	Trzy podstawowe działania na wielomianach. Stopień sumy, różnicy i iloczynu wielomianów.	
Pierwiastek wielomianu.	1	Definicja pierwiastka wielomianu. Krotność pierwiastka. Badanie, czy dana liczba jest pierwiastkiem wskazanego wielomianu. Wyznaczanie pierwiastków danego wielomianu.	
Wzory skróconego mnożenia.	1	Wzory sześcienne skróconego mnożenia. Zastosowanie wzorów sześciennych skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń i do rozwiązywania równań i nierówności.	
Rozkład wielomianu na czynniki.	2	Wielomian rozkładalny i nierozkładalny. Postać iloczynowa wielomianu. Metody rozkładania wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów, przy pomocy wzorów skróconego mnożenia	
Równania wielomianowe.	2	Rozwiązywanie równań przez rozkład wielomianu na czynniki.	
Nierówności wielomianowe.	2	Rozwiązywanie nierówności wielomianowych zapisanych w postaci iloczynowej lub poprzez rozkład wielomianu na czynniki.	
Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych.	2	Rozwiązywanie zadań (również umieszczonych w kontekście praktycznym), prowadzących do równań i nierówności wielomianowych.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

VII. WYRAŻENIA WYMIERNE

Wyrażenia wymierne.	1	Definicja wyrażenia wymiernego. Dziedzina wyrażenia wymiernego. Wyznaczanie dziedziny wyrażeń wymiernych jednej zmiennej, w których w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynów wielomianów liniowych i kwadratowych przez rozkład na czynniki.	Uczeń: ▫ podaje określenie wielkości odwrotnie proporcjonalnych i objaśnia je na przykładach (K) ▫ oblicza wartość wyrażenia wymiernego, dla danych wartości liczbowych zmiennych (K) ▫ wskazuje wśród wyrażeń wymiernych te, które są homografiami (K) ▫ szkicuje wykresy najprostszych funkcji homograficznych (K) ▫ skraca proste wyrażenia wymierne (K) ▫ odczytuje z wykresu $y=\frac{k}{x}$ własności tej funkcji oraz równania jej asymptot (K) ▫ określa położenie gałęzi hiperboli $y=\frac{k}{x}$ w zależności od znaku a (K) ▫ podaje równania asymptot homografii na podstawie jej wzoru (K) ▫ przekształca tak równania, aby otrzymać jedną ze stron w postaci wyrażenia wymiernego (P) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do badania własności homografii (P) ▫ rozszerza proste wyrażenia wymierne (P) ▫ rozwiązuje proste równania wymierne (P) ▫ układa, a następnie rozwiązuje proste równania z funkcja homograficzną (P) ▫ wyznacza dziedzinę i przedziały monotoniczności na podstawie wzoru homografii (P) ▫ określa, czy między zmiennymi, opisanymi danym wzorem zachodzi odwrotna proporcjonalność (P) ▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych (P – R) ▫ określa założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K – P – R) ▫ przekształca wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K – P – R) ▫ podaje przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki (P – R) ▫ skraca wyrażenia wymierne (P – R) ▫ dopasowuje wzór do wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x}, a\neq 0$ i odwrotnie (P – R) ▫ podaje wzór homografii na podstawie jej wykresu (R) ▫ przesuwa pionowo lub poziomo wykres funkcji $y=\frac{k}{x}$ (P – R) ▫ określa dziedzinę i sporządza wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x-p}+q, a\neq 0$ (P – R) ▫ wykonuje łączone przesunięcia wykresu $y=\frac{k}{x}$ (R) ▫ określa, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R – D) ▫ rozwiązuje zadania z zastosowaniem wyrażeń wymiernych (R – D) ▫ określa wzór, opisujący proporcjonalność odwrotną (R)
Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń wymiernych.	1	Wyznaczanie wartości wyrażeń wymiernych dla podanych wielkości liczbowych.	
Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych.	2	Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych, w których liczniki i mianowniki można rozłożyć na czynniki maksymalnie drugiego stopnia.	
Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.	2	Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych, w których liczniki i mianowniki można rozłożyć na czynniki maksymalnie drugiego stopnia.	
Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych.	2	Wyznaczanie sum i różnic wyrażeń wymiernych o identycznych mianownikach. Wyznaczanie sum i różnic wyrażeń wymiernych o różnych mianownikach.	
Działania łączne na wyrażeniach wymiernych.	2		
Wykres i własności funkcji $f(x)=\frac{a}{x},\ x\neq 0$.	1	Określenie funkcji homograficznej $f(x)=\frac{a}{x},\ x\neq 0$. Wykres homografii. Asymptoty hiperboli. Własności funkcji homograficznej. Szkicowanie wykresów funkcji homograficznych i odczytywanie z nich podstawowych własności homografii.	
Wielkości odwrotnie proporcjonalne.	1	Zależności odwrotnie proporcjonalne, przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych, wzór na proporcjonalność odwrotną $y=\frac{a}{x}$.	
Przesunięcie wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x},\ x\neq 0$.	2	Szkicowanie wykresów funkcji $f(x)=\frac{a}{x-c}+d,\ x\neq c$ powstałych przez przesunięcie pionowe i/lub poziome wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x},\ x\neq 0$. Wyznaczanie wzorów otrzymanych funkcji.	
Rozwiązywanie prostych równań wymiernych.	2	Definicja równania wymiernego. Rozwiązywanie równań wymiernych sprowadzalnych do równań liniowych lub kwadratowych typu: $\frac{x+1}{x+3}=2$, $\frac{x+1}{x}=2x$.	
Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do	2	Rozwiązywanie zadań (również umieszczonych w kontekście praktycznym), prowadzących do prostych	

prostych równań wymiernych.		równań wymiernych. Średni koszt produkcji, stężenie procentowe roztworu.	▫ uzasadnia proporcjonalność dwóch wielkości (D) ▫ określa, czy między zmiennymi dla różnych sytuacji z życia codziennego zachodzi odwrotna proporcjonalność (D) ▫ szkicuje zbiór utworzony z tych punktów płaszczyzny, dla których dane wyrażenie wymierne z dwiema zmiennymi traci sens (D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do wyrażeń wymiernych (D) ▫ podaje przykład homografii, mając dane jej miejsce zerowe i równania dwóch asymptot (D) ▫ szkicuje wykresy $y = \frac{k}{x}$ z wartością bezwzględną (D) ▫ szkicuje wykresy funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (W) ▫ uzasadnia, że funkcja $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ jest homografią $\Leftrightarrow ad - bc \neq 0$ (W)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

VIII. CIĄGI LICZBOWE

Pojęcie ciągu liczbowego i jego przykłady.	1	Ciąg nieskończony jako funkcja określona na zbiorze liczb naturalnych dodatnich. Określenie wyrazów ciągu. Przykłady różnych ciągów. Metody określania ciągu. Ciągi skończone i nieskończone. Ciąg liczbowy. Wyznaczanie wyrazów ciągu liczbowego. Podawanie wzoru ogólnego ciągu liczbowego znając jego kilka początkowych wyrazów.	Uczeń: ▫ zapisuje ciąg słownie, w formie tabelki, wzoru (K) ▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie opisu słownego lub ogólnego wzoru (K) ▫ sporządza wykres danego ciągu przy określonej liczbie wyrazów (K) ▫ rozróżnia, które z danych wykresów funkcji przedstawiają ciągi (K) ▫ oblicza kolejny wyraz ciągu mając jego wzór ogólny (P) ▫ bada w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest rosnący, malejący, czy stały (P) ▫ odkrywa zasadę tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów tego ciągu (P) ▫ odczytuje z danego wykresu wartości ciągu i przedziały monotoniczności (R) ▫ przedstawia różne zależności za pomocą wykresu ciągu, którego dziedziną jest skończony zbiór liczb naturalnych (R) ▫ wybiera optymalny sposób przedstawienia danych w konkretnej sytuacji (mając np. wykres, wzór, tabelkę) (R) ▫ podaje ogólny wzór ciągu na podstawie opisu słownego n – tego wyrazu (R) ▫ bada, czy ciąg o danym wzorze ogólnym jest monotoniczny, czy posiada wyraz najmniejszy oraz największy (R) ▫ znajduje, o ile istnieje, najmniejszy i największy wyraz ciągu na podstawie wzoru ogólnego (D) ▫ odkrywa trudniejsze zasady tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów ciągu (D) ▫ odczytuje rekurencyjny sposób opisania ciągów i stosuje go w prostych przypadkach do wyznaczania początkowych wyrazów ciągu (W) ▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie podanej rekurencyjnie zależności (W)
Ciągi monotoniczne.	1	Monotoniczność ciągu. Badanie monotoniczności ciągu.	
Wykres ciągu liczbowego.	1	Sporządzanie wykresów ciągów liczbowych i odczytywanie na ich podstawie własności.	
Określenie ciągu arytmetycznego.	2	Definicja ciągu arytmetycznego. Przykłady ciągu arytmetycznego i jego własności. Średnia arytmetyczna	Uczeń: ▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest

		sąsiednich wyrazów ciągu arytmetycznego. Określenie ciągu arytmetycznego skończonego i nieskończonego. Określenie wzoru na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego. Związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu. Badanie, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym.	arytmetyczny (K) ▫ podaje na podstawie wzoru ogólnego ciągu arytmetycznego pierwszy wyraz i różnicę ciągu (pierwszy wyraz i iloraz ciągu) (K) ▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu arytmetycznego (K) ▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) ▫ oblicza różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K) ▫ podaje przykłady ciągów arytmetycznych spełniających określone warunki (K – P) ▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami arytmetycznymi (P) ▫ podaje wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i różnica ciągu (P) ▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywanie prostych zadań tekstowych (P) ▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego, gdy dana jest wartość sumy, wyraz pierwszy i różnica (P) ▫ sprawdza, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P – R) ▫ ustala, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P – R) ▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu arytmetycznego (R) ▫ sprawdza, mając dane dwa inne wyrazy tego ciągu, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (R) ▫ wyznacza ogólny wyraz ciągu arytmetycznego, znając zależność S_n (R) ▫ rozwiązuje zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R – D) ▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D) ▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu arytmetycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią arytmetyczną dwóch sąsiednich wyrazów (D) ▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu arytmetycznego do rozwiązywania różnych problemów (D) ▫ rozwiązuje równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (D)
Suma n – początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.	2	Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego.	
Ciąg arytmetyczny w zadaniach.	2	Rozwiązywanie różnych zadań dotyczących własności ciągu arytmetycznego.	
Ciąg geometryczny	2	Definicja ciągu geometrycznego. Przykłady ciągu geometrycznego. Określenie ciągu geometrycznego skończonego i nieskończonego. Wyprowadzenie wzoru na ogólny wyraz ciągu geometrycznego. Poszukiwanie wzoru ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy. Średnia geometryczna wyrazów sąsiednich ciągu geometrycznego. . Związek między ilorazem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu. . Badanie, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym.	Uczeń: ▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest geometryczny (K) ▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu geometrycznego (K) ▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o skończonej liczbie wyrazów (K) ▫ oblicza ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K – P) ▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami geometrycznymi (P) ▫ podaje wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P) ▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu geometrycznego (P)
Suma n – początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.	2	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Uzasadnienie wzoru na sumę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego. Rozwiązywanie zadań dotyczących sumy	

		ciągu geometrycznego.	▫ stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywanie prostych zadań tekstowych ▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego, gdy dana jest wartość sumy, wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P – R) ▫ zapisuje dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (P – R) ▫ sprawdza, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P – R) ▫ określa monotoniczność ciągów geometrycznych (R) ▫ stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D) ▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu geometrycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią geometryczną dwóch sąsiednich wyrazów (D) ▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu geometrycznego do rozwiązywania różnych problemów (D) ▫ rozwiązuje zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R – D)
Ciąg geometryczny w zadaniach.	2	Rozwiązywanie różnych zadań dotyczących własności ciągu geometrycznego.	
Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów arytmetycznego i geometrycznego.	2	Zastosowanie ciągów arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań (również zadań praktycznych). Zadania łączone dotyczące ciągów arytmetycznego i geometrycznego.	Uczeń: ▫ interpretuje treść zadania (zauważa związki między ciągiem arytmetycznym i geometrycznym zawarte w treści zadania) (K) ▫ zauważa związek sytuacji praktycznej z ciągiem arytmetycznym lub ciągiem geometrycznym (K) ▫ zapisuje zależności między wyrazami ciągów z treści zadania (P) ▫ dobiera odpowiednie własności ciągu arytmetycznego lub ciągu geometrycznego konieczne do rozwiązania zadania praktycznego (P) ▫ rozwiązuje zadania wykorzystując własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego (R – D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące ciągów arytmetycznego i geometrycznego (R – D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

IX. ELEMENTY GEOMETRII PŁASZCZYZNY

Podstawowe pojęcia planimetrii.	1	Definicja figury płaskiej. Figura wypukła i wklęsła. Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt. Brzeg figury wypukłej i wklęsłej. Łamana otwarta i zamknięta. Przykłady figur wypukłych i wklęsłych. Własności podstawowych figur geometrycznych.	Uczeń: ▫ podaje przykłady figur podobnych (K) ▫ sprawdza proporcjonalność odcinków (K) ▫ określa skalę podobieństwa figur (K) ▫ rozpoznaje wielokąty podobne (K) ▫ definiuje pojęcia: półprosta, kąt, odcinek, prosta, odcinek, kąt (K) ▫ rozpoznaje figury podobne w otaczającym świecie (K) ▫ rozpoznaje kąty środkowe, wpisane, pełny oraz półpełny (K) ▫ wskazuje w trójkącie wysokości i środkowe (K) ▫ odczytuje, w jakim stosunku dana prosta dzieli odcinek (K) ▫ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie oraz kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym (K) ▫ wskazuje związek odległości na osi liczbowej z długością odcina (K)
Pojęcie i własności odległości między punktami.	1	Pojęcie odległości między punktami na osi liczbowej i jej własności. Współliniowość punktów. Odcinek i długość odcinka na płaszczyźnie. Podział odcina w danym stosunku.	
Okrąg i koło.	1	Definicja okręgu i definicja koła. Cięciwa i średnica. Styczna i sieczna. Długość łuku i pole wycinka koła. Pole i obwód koła. Długość okręgu.	
Kąty związane z okręgiem.	2	Środkowy, wpisany, między styczną a cięciwą. Kąt	

		pełny i półpełny. Własności kątów związanych z okręgiem. Obliczanie miar kątów związanych z okręgiem. Własności kątów wpisanych opartych na łukach dopełniających. Wyznaczanie kątów i boków wielokątów na podstawie własności kątów środkowych i wpisanych. Pojęcie stycznej do okręgu. Styczne do okręgu z punktu poza okręgiem. Zastosowanie własności stycznej do okręgu do wyznaczania kątów i boków w wielokątach.	▫ wskazuje na osi liczbowej odległość danych punktów (K) ▫ oblicza pole trójkąta w typowych sytuacjach (K) ▫ rozróżnia poszczególne rodziny czworokątów (K) ▫ dokonuje podziału trójkątów ze względu na boki i kąty (K) ▫ porównuje i porządkuje rosnąco (malejąco) na osi liczby rzeczywiste (K) ▫ zapisuje stosunki odpowiednich boków trójkąta; sprawdza proporcjonalność boków trójkątów (K) ▫ stosuje własności czworokątów w zadaniach (K)
Oś i środek symetrii figury.	1	Pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury. Wyznaczanie osi symetrii i środka symetrii podstawowych figur geometrycznych oraz figur dowolnych. Symetralna odcinka. Dwusieczna kąta. Własności dwusiecznej kąta. Figury osiowo – symetryczne i figury środkowo – symetryczne.	▫ podaje przykłady figur osiowo-symetrycznych (K) ▫ podaje przykłady figur środkowo-symetrycznych (K) ▫ rysuje kąt wpisany i kąt środkowy oparty na tym samym łuku (K) ▫ rysuje kąty wpisane oparte na tym samym łuku (K) ▫ rozpoznaje figury osiowo-symetryczne i środkowo-symetryczne wśród innych figur (K) ▫ stosuje własności proporcji do przekształcania prostych wzorów (K – P)
Trójkąty i ich wielkości charakterystyczne.	1	Pojęcie trójkąta. Nierówność trójkąta. Rodzaje trójkątów i ich własności. Suma kątów wewnętrznych trójkąta. Wysokości i środkowe trójkąta. Środek ciężkości trójkąta.	▫ konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta (K – P) ▫ oblicza pola i obwody czworokątów w sytuacjach typowych (K – P) ▫ stosuje twierdzenie o kącie wpisanym i środkowym opartych na tym samym łuku do obliczania miar kątów (K – P)
Pole trójkąta.	2	Pola powierzchni różnych trójkątów. Obliczanie pół i obwodów trójkątów.	▫ stosuje zależność między kątami wpisanymi opartymi na tym samym łuku do obliczania miar kątów (K – P)
Czworokąty.	1	Definicja czworokąta. Rodzaje czworokątów i ich własności. Własności czworokątów wypukłych. Suma kątów wewnętrznych czworokąta. Deltoid.	▫ oblicza pole i obwód koła (K – P) ▫ wskazuje osie i środki symetrii danych figur (K – P) ▫ wskazuje kąty odpowiednie w figurach podobnych (K)
Pola czworokątów	3	Pola powierzchni: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu. Obliczanie pół i obwodów czworokątów.	▫ rozpoznaje kąty między styczną a cięciwą (P) ▫ rysuje odcinek, prostokąt, trójkąt w podanej skali (P) ▫ rozpoznaje trójkąty podobne (P)
Figury przystające i figury podobne.	1	Definicja figur przystających. Symbol przystawania i podobieństwa figur. Definicja wielokątów podobnych. Skala podobieństwa. Przykłady figur przystających i figur podobnych. Warunek podobieństwa dowolnych wielokątów. Przykłady czworokątów podobnych i niepodobnych. Sprawdzanie podobieństwa dowolnych wielokątów. Podobieństwo wielokątów foremnych. Pole i obwód figur podobnych. Bryły podobne.	▫ oblicza długość łuku i pole wycinka koła (P) ▫ rysuje łamaną spełniającą podane warunki (P) ▫ zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta (K) ▫ stosuje pojęcie proporcji do określania podobieństwa figur (P) ▫ oblicza na podstawie skali podobieństwa pola i obwody figur podobnych (P) ▫ omawia własności kątów środkowych i wpisanych (P) ▫ określa skalę podobieństwa na podstawie długości boków trójkąta (P) ▫ wyznacza konstrukcyjnie na osi liczbowej punkt o współrzędnej wymiernej (P)
Cechy przystawania trójkątów.	1	Definicja trójkątów przystających. Cechy przystawania trójkątów. Nierówność trójkąta. Badanie przystawania trójkątów.	▫ objaśnia i stosuje cechy przystawania trójkątów (P) ▫ zapisuje i oblicza odległość danych punktów na osi liczbowej (P) ▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P)
Cechy podobieństwa trójkątów.	1	Definicja trójkątów podobnych.. Cechy podobieństwa trójkątów. Badanie podobieństwa trójkątów. Wykorzystywanie cechy podobieństwa do rozwiązywania zadań na dowodzenie, np. dowód twierdzenia o odcinku łączącym środki boków dowolnego trójkąta.	▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P) ▫ interpretuje i stosuje twierdzenie Talesa (P) ▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P) ▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P) ▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P)
Zastosowanie cech przystawania	2	Rozwiązywanie zadań na badanie przystawania i	▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P)

i podobieństwa trójkątów do rozwiązywania problemów teoretycznych i zadań tekstowych.		podobieństwa trójkątów. Rozwiązywanie zadań tekstowych, również w kontekście praktycznym, z zastosowaniem cech podobieństwa i cech przystawania trójkątów. Dowodzenie twierdzeń przy pomocy cech przystawania i podobieństwa trójkątów.	▫ znajduje długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (P – R) ▫ buduje konstrukcyjnie odcinek o długości niewymiernej (R) ▫ wykonuje obliczenia związane z mapą, planem (R) ▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R) ▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R) ▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R) ▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R) ▫ formułuje cechy podobieństwa i cechy przystawania wielokątów (R) ▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R) ▫ dzieli konstrukcyjnie dany odcinek na dwie części w danym stosunku lub na inną określoną liczbę równych części (R) ▫ formułuje cechy podobieństwa niektórych figur (czworokątów, kół, trójkątów prostokątnych) (R) ▫ rozwiązuje zadanie konstrukcyjne z zastosowaniem wiedzy o figurach osiowo-symetrycznych (np. odtwarzanie witraża, projektowanie) (R – D) ▫ rozwiązywać zadania na obliczanie pól i obwodów kół oraz długości łuków i pól wycinków kół (R – D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne stosując przystawanie i podobieństwo trójkątów (R – D) ▫ zna i stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (R – D) ▫ rozwiązuje zadania na obliczanie pól i obwodów czworokątów (R – D) ▫ sprawdza przy odpowiednich danych, czy proste przecinające ramiona kąta są wzajemnie równoległe (R – D) ▫ stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań (R – D) ▫ rozwiązywać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R – D) ▫ wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań (R – D) ▫ wyznacza konstrukcyjnie na osi liczbowej punkt o współrzędnej niewymiernej (D) ▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D) ▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D) ▫ stosuje twierdzenie Talesa w nietypowych sytuacjach (w obie strony) (D) ▫ przedstawia najważniejsze idee dowodu twierdzenia Talesa (D) ▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D) ▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D) ▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe w bardziej złożonych przypadkach (D) ▫ zauważa związek podobieństwa trójkątów z twierdzeniem Talesa i wykorzystuje go w rozwiązywaniu zadań (D) ▫ dowodzi twierdzeń przy pomocy cech przystawania i podobieństwa trójkątów (D) ▫ szacuje liczbę niewymierną liczbami całkowitymi a i b tak, że $a < c < b$, i to oszacowanie wykorzystuje do określenia przybliżonego położenia punktu o współrzędnej na osi liczbowej (D)
Stosunek odcinków i twierdzenie Talesa.	1	Pojęcie proporcji. Stosunek długości odcinków. Odcinki proporcjonalne. Podział boku trójkąta w danym stosunku. Zapoznanie z treścią twierdzenia Talesa i podanie jego interpretacji graficznej. Rozwiązywanie zadań dotyczących twierdzenia Talesa dla trójkątów.	
Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.	1	Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Wykorzystanie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa do badania równoległości prostych.	
Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem.	1	Zwrócenie uwagi na fakt, że wiele zadań można rozwiązać, korzystając z twierdzenia Talesa albo podobieństwa trójkątów.	
Rozwiązywanie problemów teoretycznych lub praktycznych z zastosowaniem twierdzenia Talesa.	2	Praktyczne zastosowanie twierdzenia Talesa do pomiarów odległości oraz wysokości obiektów niedostępnych.	
Zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zagadnień z planimetrii.	2	Rozwiązywanie zadań tekstowych z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii. Rozwiązywanie zadań praktycznych.	

			▫ przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie (D) ▫ rozwiązuje zadania geometryczne, w których należy wykorzystać własności osi symetrii i własności środka symetrii figury, w tym wykresu funkcji (D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

X. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Przypomnienie wiadomości o funkcji liniowej. Równanie kierunkowe prostej.	1	Funkcja liniowa jako prosta przedstawiona w postaci kierunkowej. Współczynnik kierunkowy prostej. Kąt nachylenia prostej do osi OX.	Uczeń: ▫ stosuje układ współrzędnych do określania położenia punktów – zaznacza punkty i odczytuje ich współrzędne (K) ▫ sporządza wykresy prostych w postaci kierunkowej (K) ▫ sprawdza czy dany punkt leży na wykresie prostej bez wykonywania wykresu analizuje wykresy prostych; odczytuje współczynnik kierunkowy i wyraz wolny danej prostej (K) ▫ zapisuje równanie okręgu mając długość promienia i współrzędne środka (K) ▫ rysuje okrąg w układzie współrzędnych mając dane równanie okręgu (K) ▫ określa równoległość prostych w postaci kierunkowej (K) ▫ przekształca równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i na odwrót (K) ▫ oblicza odległość między punktami, wyznacza długości boków wielokątów (K) ▫ wyznacza środek odcinka (K) ▫ ustala, czy dane proste są prostopadłe (K) ▫ sporządza wykresy i odczytuje wzory prostych pionowych (P) ▫ wyznacza równanie prostej, gdy dany jest punkt i kierunek prostej (P) ▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (P) ▫ sporządza wykresy prostych danych w postaci ogólnej (P) ▫ znajduje punkt przecięcia prostych poprzez rozwiązywanie układu równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników (P) ▫ stosuje wzór na odległość punktów do badania prostych sytuacji geometrycznych oraz sytuacji z życia codziennego (P) ▫ wyznacza współrzędne środka i długość promienia mając podane równanie okręgu (P – R) ▫ określa kierunek prostej poprzez interpretację współczynnika kierunkowego (R) ▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci kierunkowej (R) ▫ znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i przecinającej oś OX pod danym kątem (R) ▫ wyznacza równania prostych zawierających boki wielokątów (R) ▫ wyznacza równanie symetralnej odcinka (R) ▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (R) ▫ wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej (D) ▫ wyznacza wartości parametrów, dla których proste są równoległe (D) ▫ wyprowadza wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (D) ▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci ogólnej (D) ▫ wyznacza pole figury ograniczonej prostymi (D) ▫ wyznacza parametry, dla których proste się przecinają (D)
Równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty.	2	Wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez jeden dany punkt o danym współczynniku kierunkowym. Wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dwa dane punkty.	
Równanie ogólne prostej.	1	Prosta zapisana w postaci ogólnej. Przekształcanie równania prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie. Wyznaczanie równania prostej w postaci ogólnej o zadanych własnościach.	
Warunek równoległości i warunek prostopadłości prostych w ujęciu analitycznym.	1	Równoległość i prostopadłość prostych zapisanych w postaci kierunkowej. Równoległość i prostopadłość prostych zapisanych w postaci ogólnej. Określanie wzajemnego położenia prostych.	
Proste równoległe i proste prostopadłe w zadaniach.	2	Wyznaczanie równania prostej równoległej lub prostopadłej do danej prostej i spełniającej zadane warunki.	
Odległość między punktami na osi i odległość w układzie współrzędnych.	2	Pojęcie odległości między punktami na osi liczbowej i jej własności. Pojęcie odległości między punktami w układzie współrzędnych. Środek odcinka. Obliczanie obwodów figur, których wierzchołki podane są jako punkty o współrzędnych.	
Równanie okręgu.	2	Definicja okręgu i koła. Równanie okręgu $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, gdzie $S=(a,b)$ i $r>0$. Rysowanie okręgu i koła w układzie współrzędnych.	
Rozwiązywanie zadań utrwalających wiadomości z geometrii analitycznej.	2	Rozwiązywanie różnych zadań z geometrii analitycznej.	

			▫ wyznacza równanie okręgu przechodzącego przez trzy dane punkty (D) ▫ uzasadnia wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (D) ▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego oraz samodzielnie przeprowadza modelowanie różnych zagadnień za pomocą metod geometrii analitycznej (D) ▫ wyznacza odległość między prostymi równoległymi (W)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

XI. FUNKCJA WYKŁADNICZA

Funkcja wykładnicza – wykres i własności.	2	Definicja funkcji wykładniczej $y = \frac{a}{x}$, x ≠ 0, a ≠ 0. Wykres i własności funkcji wykładniczej. Wpływ współczynnika „a" na wykres i własności funkcji wykładniczej. Przesunięcie pionowe i poziome funkcji wykładniczej.	Uczeń: ▫ zna definicję funkcji wykładniczej (K) ▫ sporządza z tabelki wykresy funkcji wykładniczych postaci $y = \frac{a}{x}$, x ≠ 0, a ≠ 0 (K) ▫ rozpoznaje funkcje wykładnicze wśród wielu funkcji (K – P) ▫ szkicuje wykresy funkcji wykładniczych postaci $y = \frac{a}{x} + b$ x ≠ 0, a ≠ 0, b ≠ 0 (P) ▫ określa własności funkcji wykładniczych (P) ▫ dopasowuje wzory do wykresów funkcji wykładniczych (P – R) ▫ szkicuje wykresy funkcji wykładniczych postaci $y = \frac{a}{x-b}$ x ≠ b, a ≠ 0 (R) ▫ określa wzory funkcji wykładniczych spełniających określone warunki (R – D) ▫ przekształca wykresy funkcji wykładniczych (R – D) ▫ rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcji wykładniczych i ich własności (R – D) ▫ szkicuje wykresy funkcji wykładniczych postaci $y = \frac{a}{x-b} + d$ x ≠ b, a ≠ 0, d ≠ 0 (D) ▫ na podstawie wykresu podaje wzór funkcji wykładniczej (D)
Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem funkcji wykładniczej	2	Zadania tekstowe z zastosowaniem funkcji wykładniczej.	
Powtórzenie wiadomości dotyczących funkcji wykładniczej.	1		

Uwaga: koniec treści nauczania przewidzianych na klasę drugą.

XII. WIELOŚCIANY

Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni.	1	Płaszczyzna. Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni. Wzajemne położenie dwóch płaszczyzn. Wzajemne położenie dwóch prostych w przestrzeni.	Uczeń: ▫ zna pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K) ▫ zna pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K) ▫ zna pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K) ▫ określa wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu odcinki zawarte w prostych równoległych, przecinających się, skośnych (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu ściany zawarte w płaszczyznach równoległych, prostopadłych (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu jego wierzchołki, krawędzie, ściany (K)
Kąt prostej z płaszczyzną i kąt dwuścienny.	1	Rzut prostokątny. Kąt między prostą i płaszczyzną. Kąt dwuścienny. Kąt liniowy kąta dwuściennego.	
Pojęcie wielościanu, wzajemne położenie krawędzi i ścian wielościanu.	1	Wielościan. Krawędzie, ściany i wierzchołki wielościanu. Przekrój płaski wielościanu. Wielościany wypukłe. Siatka i rzut równoległy wielościanu.	

			▫ wskazuje kąty dwuścienne i ich kąty liniowe na modelu wielościanu (K) ▫ wskazuje kąt nachylenia prostej do płaszczyzny na modelach brył (K) ▫ wyznacza miary kątów między odcinkami w graniastosłupach ▫ i ostrosłupach (K – P) ▫ rozróżnia na rysunku proste leżące w jednej płaszczyźnie oraz takie, które nie leżą w jednej płaszczyźnie (P) ▫ wskazuje na modelu i zaznacza na rysunku kąty nachylenia krawędzi i przekątnych wielościanów do ścian (P) ▫ zaznacza na rysunku kąty liniowe kątów dwuściennych (P) ▫ wyznacza kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i przedstawia go na rysunku bryły (P) ▫ wyznacza miary kątów między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (P – R) ▫ wyznacza kąt liniowy kątów dwuściennych (R) ▫ wyznacza miary kątów między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (R – D) ▫ wyznacza kąt dwuścienny między ścianami ostrosłupa (D) ▫ rozwiązywać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (R – D)
Określenie i budowa graniastosłupa.	1	Definicja graniastosłupa. Rodzaje graniastosłupów. Siatki i rzuty równoległe graniastosłupów. Własności graniastosłupów. Przekroje graniastosłupów. Praktyczne zastosowanie graniastosłupów.	Uczeń: ▫ rozróżnia graniastosłupy i ostrosłupy wśród brył (K) ▫ rozróżnia graniastosłupy proste i graniastosłupy prawidłowe wśród innych graniastosłupów (K) ▫ rozróżnia ostrosłupy prawidłowe wśród innych ostrosłupów (K) ▫ rysuje siatkę graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego (K) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prawidłowego (K) ▫ rysuje graniastosłupy i ostrosłupy w rzucie równoległym (P) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa prawidłowego (P) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów (P) ▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących graniastosłupów i ostrosłupów (P) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P) ▫ wskazuje na modelu i na rysunku wielościanu jego przekroje (R) ▫ wyznacza związki miarowe w graniastosłupach i ostrosłupach, wykorzystując trygonometrię (R) ▫ rysuje rzuty brył wpisanych w bryłę (D) ▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D) ▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D)
Graniastosłupy prawidłowe.	1	Definicja graniastosłupa prawidłowego. Siatki i rzuty równoległe graniastosłupów prawidłowych. Praktyczne zastosowanie graniastosłupów prawidłowych.	
Pole powierzchni i objętość graniastosłupa.	1	Wzory na pole powierzchni całkowitej i objętość graniastosłupa. Obliczanie pola powierzchni całkowitej i objętości graniastosłupów.	
Rozwiązywanie zadań na pola powierzchni i objętości graniastosłupów.	4	Rozwiązywanie zadań na obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów. Zastosowanie trygonometrii do wyznaczania wielkości miarowych graniastosłupów i obliczania ich pół powierzchni i objętości. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z polami powierzchni i objętościami graniastosłupów.	
Określenie i budowa ostrosłupa.	1	Definicja ostrosłupa. Rodzaje ostrosłupów. Siatki i rzuty równoległe ostrosłupów. Własności ostrosłupów. Przekroje ostrosłupów. Praktyczne zastosowanie ostrosłupów.	
Ostrosłup prawidłowy.	1	Definicja ostrosłupa prawidłowego. Siatki i rzuty równoległe ostrosłupów prawidłowych. Praktyczne zastosowanie ostrosłupów prawidłowych.	
Pole powierzchni i objętość ostrosłupa.	1	Wzory na pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa. Obliczanie pola powierzchni całkowitej i	

		objętości ostrosłupów.	
Rozwiązywanie zadań na pola powierzchni i objętości ostrosłupów.	4	Rozwiązywanie zadań na obliczanie pól powierzchni i objętości ostrosłupów. Zastosowanie trygonometrii do wyznaczania wielkości miarowych ostrosłupów i obliczania ich pół powierzchni i objętości. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z polami powierzchni i objętościami ostrosłupów.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

XIII. BRYŁY OBROTOWE

Określenie i budowa bryły obrotowej (walec, stożek, kula).	1	Definicja walca. Przekrój poprzeczny i osiowy walca. Własności walca. Definicja stożka. Własności walca: tworząca i pobocznica. Definicja kuli. Koło wielkie. Sfera. Rzuty równoległe i siatki brył obrotowych.	Uczeń: ▫ rozróżnia walce, stożki i kule wśród innych brył (K) ▫ opisuje własności walca, stożka i kuli (K) ▫ kreśli siatkę walca i stożka (K) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość walca, stożka i kuli (K) ▫ rysuje bryły obrotowe w rzucie równoległym (P) ▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących brył obrotowych (P) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P) ▫ rysuje przekroje osiowe walca i stożka (R) ▫ wykorzystuje trygonometrię do wyznaczania związków miarowych w bryłach obrotowych (R) ▫ rysuje rzuty równoległe brył wpisanych w bryłę (D) ▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D) ▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D) ▫ bada własności, rysuje rzuty równoległe oraz oblicza pola powierzchni i objętości brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (D)
Pole powierzchni i objętość brył obrotowych.	1	Wzory na pole powierzchni całkowitej i objętość walca. Obliczanie pola powierzchni całkowitej i objętości walca. Wzory na pole powierzchni i objętość stożka. Obliczanie pola powierzchni i objętości stożka. Wzory na pole powierzchni i objętość kuli. Obliczanie objętości i pola powierzchni kuli.	
Rozwiązywanie zadań na pola powierzchni i objętości brył obrotowych.	5	Rozwiązywanie zadań na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych. Zastosowanie trygonometrii do wyznaczania wielkości miarowych brył obrotowych i obliczania ich pół powierzchni i objętości. Rozwiązywanie zadań praktycznych związanych z polami powierzchni i objętościami brył obrotowych.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

XIV. TEORIA PRAWDOPODOBIEŃSTWA I KOMBINATORYKA

Permutacje zbioru n – elementowego.	1	Reguła mnożenia i reguła dodawania. Definicja permutacji. Własności permutacji. Pojęcie silni. Rozwiązywanie zadań dotyczących permutacji niewymagających użycia wzoru na ich liczbę.	Uczeń: ▫ podaje przykłady permutacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ podaje przykłady kombinacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ podaje przykłady wariacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ oblicza wartość n! (K) ▫ stosuje regułę mnożenia i dodawania w prostych sytuacjach (K) ▫ oblicza ilość permutacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ oblicza ilość kombinacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ oblicza ilość wariacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ stosuje własności n! do przekształcania prostych wyrażeń zawierających ten symbol (P) ▫ stosuje w obliczeniach symbol Newtona (P) ▫ rozwiązuje typowe zadania kombinatoryczne (P)
Kombinacje.	1	Definicja kombinacji. Własności kombinacji. Symbol Newtona. Rozwiązywanie zadań dotyczących kombinacji.	
Wariacje bez powtórzeń i wariacje z powtórzeniami.	1	Definicja wariacji. Własności wariacji. Wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń. Rozwiązywanie zadań dotyczących wariacji z zastosowaniem reguły mnożenia.	
Zastosowanie elementów	2	Rozwiązywanie zadań kombinatorycznych z	

kombinatoryki do rozwiązywania zadań.		zastosowaniem reguły mnożenia.	▫ stosuje wzory kombinatoryczne do obliczania liczby zdarzeń elementarnych (R) ▫ rozpozna w przykładach kombinację, permutację i wariację (R) ▫ stosuje kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń (D) ▫ rozwiązuje zadania kombinatoryczne (D)
Powtórzenie wiadomości z kombinatoryki.	1		
Doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne i zbiór zdarzeń elementarnych.	2	Wyjaśnienie pojęć: doświadczenie losowe, zdarzenie, zdarzenie elementarne, zdarzenie elementarne sprzyjające, zbiór zdarzeń elementarnych. Symbole rachunku prawdopodobieństwa.	Uczeń: ▫ podaje przykłady eksperymentów losowych (K) ▫ wskazuje zdarzenia elementarne w konkretnych doświadczeniach (K) ▫ wskazuje etapy doświadczenia wieloetapowego (K) ▫ oblicza liczbę zdarzeń elementarnych dla konkretnych doświadczeń (K) ▫ rozróżnia zdarzenia pewne i niemożliwe oraz zdarzenia wykluczające się (K – P) ▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych przy wykorzystaniu klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K – P) ▫ określa zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego (K – P – R) ▫ określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K – P – R) ▫ oblicza częstość doświadczalną wyniku eksperymentu losowego (P) ▫ podaje przykłady zdarzeń losowych danego doświadczenia (P) ▫ wykonuje działania na zdarzeniach (P) ▫ tworzy drzewko do danego doświadczenia wieloetapowego (P) ▫ ustala liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (P) ▫ opisuje zdarzenie przeciwne do danego i ustala liczbę jego elementów (P) ▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń (P) ▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego (P) ▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (K – P) ▫ podaje przykłady doświadczeń o zdarzeniach elementarnych jednakowo prawdopodobnych oraz doświadczeń, w których zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne (R) ▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa – trudniejsze zadania (R – D) ▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (R – D)
Zdarzenia losowe i relacje między zdarzeniami.	1	Zdarzenie pewne i zdarzenie niemożliwe. Zdarzenia identyczne. Zdarzenie przeciwne do zdarzenia A. Działania na zdarzeniach.	
Definicja klasyczna prawdopodobieństwa i jego własności.	2	Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności. Definicja klasyczna prawdopodobieństwa.	
Obliczanie prawdopodobieństwa na podstawie definicji i jego własności.	2	Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem definicji klasycznej prawdopodobieństwa oraz własności prawdopodobieństwa.	
Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzenia za pomocą drzewa.	2	Doświadczenia wieloetapowe. Obliczanie prawdopodobieństwa za pomocą metody drzew.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

XV. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ.

Prezentacja danych w postaci tabel, diagramów i wykresów.	1	Porządkowanie danych. Sporządzanie diagramów kołowych i słupkowych. Sporządzanie wykresów prezentujących dane statystyczne. Odczytywanie danych z diagramów.	Uczeń: ▫ zbiera i porządkuje dane statystyczne (K) ▫ odczytuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentu losowego (K) ▫ wykonuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentów losowych (K) ▫ oblicza średnią arytmetyczną (K)
Średnia arytmetyczna i średnia ważona.	1	Obliczanie średniej arytmetycznej. Obliczanie średniej ważonej. porównywanie danych statystycznych przy pomocy średniej arytmetycznej i średniej ważonej..	

Mediana i dominanta.	1	Wyznaczanie mediany i mody danych statystycznych.	▫ oblicza średnią ważoną, modę oraz medianę dla wyników danego eksperymentu losowego (P) ▫ odczytuje, interpretuje oraz przetwarza dane z tabeli (P) ▫ przeprowadza własne badanie statystyczne, a następnie porządkuje i przedstawia dane (R) ▫ przeprowadza analizę jakościową i ilościową przedstawionych danych (R) ▫ interpretuje średnią arytmetyczną, medianę i modę danych statystycznych (R) ▫ ustala, która ze średnich najlepiej opisuje centralne tendencje rozkładu wyników danego eksperymentu (D) ▫ oblicza wariancję oraz odchylenie standardowe dla wyników eksperymentu losowego (D) ▫ porównuje zestawy danych statystycznych wykorzystując średnia arytmetyczną, medianę, modę oraz wariancje i odchylenie standardowe (D)
Wariancja i odchylenie standardowe.	2	Obliczanie wariancji i odchylenia standardowego. Porównywanie danych statystycznych przy pomocy wariancji i odchylenia standardowego.	
Zastosowanie poznanych pojęć ze statystyki opisowej w zadaniach.	2	Rozwiązywanie różnych zadań z zastosowaniem obliczeń statystycznych.	
Powtórzenie wiadomości. Sprawdzian i poprawa.	3		

Uwaga: koniec treści nauczania przewidzianych na klasę trzecią. Na powtórzenie wiadomości przewidziano 20 godzin.